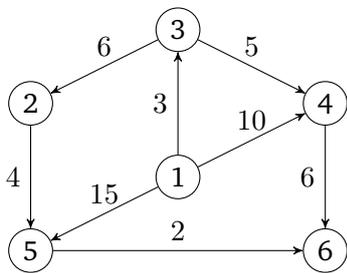


Algorithmen und Datenstrukturen

Achtung: Auf Beschluss des Rektorats wird diese Übung ausschließlich digital angeboten. Weitere Informationen sind im Opal-Kurs zu finden.

Aufgabe 1 (AGS 9.3.12)

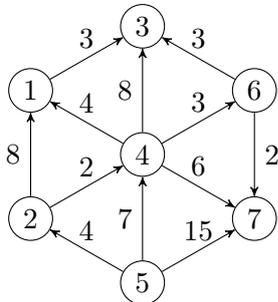
Beim Dijkstra-Algorithmus wird die Suche in gewichteten Graphen mit einer Prioritätswarteschlange anstatt einer Warteschlange (Breitensuche) bzw. eines Kellers (Tiefensuche) durchgeführt. Die Priorität eines Knotens wird dabei aus der Summe der Priorität des Vorgängerknotens und des Gewichts der Kante zum Knoten berechnet. In jedem Schritt wird der Knoten mit dem niedrigsten Prioritätswert verarbeitet. Falls sich in nachfolgenden Schritten ein niedrigerer Prioritätswert für einen Knoten in der Warteschlange ergibt, wird dieser entsprechend aktualisiert. Der kantenbewertete Graph G sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



Berechnen Sie mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimalen Entfernungen vom Knoten 1 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren Sie in jedem Schritt den Inhalt der Prioritätswarteschlange und den zugehörigen Auswahlknoten in Tupel der Form (Zielknoten, Priorität, Vorgängerknoten). Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die Entfernung und die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge (Pfadtabelle) an.

Aufgabe 2 (AGS 9.4.4)

Der kantenbewertete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



- (a) Geben Sie für G die modifizierte Adjazenzmatrix mA_G an.
- (b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix $D_G^{(2)}$ an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber mA_G geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation: (i, j, k) mit $i =$ Anfangsknoten, $j =$ Endknoten, $k =$ Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von $D_G^{(2)}$ brauchen Sie nicht anzugeben.

- (c) Welche Matrizen $D_G^{(k)}$, $k > 2$, können in unserem Beispiel nur zu einer Verbesserung der minimalen Entfernungen führen? Begründen Sie Ihre Aussage!
- (d) Geben Sie die Ergebnismatrix D_G des Floyd-Warshall-Algorithmus an.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.4.1 a,c*)

Folgende Kanten eines gerichteten Graphen G seien gegeben:

$$(1, 2, 1), (2, 4, 4), (4, 1, 2), (3, 1, 5), (2, 3, 2),$$

wobei die Notation wie folgt zu lesen ist: (Anfangsknoten, Endknoten, Entfernung).

- (a) Geben Sie für G die zugehörige modifizierte Adjazenzmatrix mA_G an.
- (b) Berechnen Sie für G die Matrix D_G der kürzesten Wege zwischen den Knoten.