

Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe 1 (AGS 2.2.52 ★)

- (a) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie die Mengen V und R einer EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ an, so dass $W(\mathcal{E}, S) = \{a^k b^\ell c^{2k} c^m \mid k \geq 1, \ell \geq m \geq 0\}$ gilt.
- (b) Sei $\Sigma' = \{a, b\}$ und $\mathcal{E}' = (V', \Sigma', X, R')$ eine EBNF-Definition mit $V' = \{X, Y\}$ sowie

$$R' = \{ X ::= \widehat{aXa} \widehat{Y}, \quad Y ::= \widehat{bY} \}.$$

- Geben Sie die für die Fixpunktsemantik von \mathcal{E}' zu iterierende Funktion f an.
 - Dokumentieren Sie vier Iterationsschritte der Fixpunktsemantik von \mathcal{E}' .
- (c) Geben Sie die Sprache $W(\mathcal{E}', X)$ an, die durch die EBNF-Definition \mathcal{E}' beschrieben wird.

Aufgabe 2 (AGS 2.2.47 b)

Sei $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit $V = \{S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und $R = \{S ::= \widehat{aSa} \widehat{[b]}\}$ eine EBNF-Definition. Weiterhin sei $\rho: V \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)$, sodass

$$\rho(S) = \{a^n w a^n \mid n \geq 0, w \in \{\varepsilon, b\}\}.$$

Zeigen Sie, dass $\llbracket \widehat{aSa} \widehat{[b]} \rrbracket(\rho) = \rho(S)$ gilt.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 2.2.21 ★)

Sei $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ eine EBNF-Definition mit $V = \{S, A\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $R = \{ S ::= (aA|c), \quad A ::= [aSb] \}$.

- (a) Welche Sprache wird durch \mathcal{E} beschrieben? Geben Sie $W(\mathcal{E}, S)$ in Mengenschreibweise an.
- (b) Geben Sie zu \mathcal{E} das äquivalente Syntaxdiagrammsystem \mathcal{U} an.
- (c) Zeigen Sie mit Hilfe des Rücksprunghalgorithmus anhand einiger selbstgewählter Wörter aus der Sprache $W(\mathcal{E}, S)$, dass diese auch in \mathcal{U} gültig sind.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 2.2.58 ★)

- (a) Gegeben sei die Sprache $L = \{(ab)^n d^{2m} x c^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 1, x \in \{cd, b\}^*\}$. Geben Sie ein System von Syntaxdiagrammen \mathcal{U} an, das die Sprache L erzeugt. Notieren Sie den Namen des Startdiagramms von \mathcal{U} .
- (b) Sei $\Sigma = \{a, c, d\}$ und $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ eine EBNF-Definition mit $V = \{S, A\}$ sowie

$$R = \{ S ::= ddAc, \quad A ::= \widehat{[S]a} \}.$$

- Geben Sie die für die Fixpunktsemantik von \mathcal{E} zu iterierende Funktion f an.
- (c) Dokumentieren Sie fünf Iterationsschritte der Fixpunktsemantik von \mathcal{E} .
- (d) Geben Sie die Sprachen $W(\mathcal{E}, S)$ und $W(\mathcal{E}, A)$ an.

Zusatzaufgabe 3 (AGS 2.2.54 ★)

- (a) Sei $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. Geben Sie die Mengen V und R einer EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ an, so dass

$$W(\mathcal{E}, S) = \{ (ab)^n c^k d^{2m} \mid m, n \geq 0, k \geq m + n \}.$$

- (b) Sei $\mathcal{E} = (\{S\}, \{a, b\}, S, R)$ eine EBNF-Definition mit $R = \{ S ::= \widehat{a}(\widehat{Sb}\widehat{Sbb})\widehat{a} \}$. Dokumentieren Sie die ersten drei Iterationsschritte der Fixpunktsemantik von \mathcal{E} .

- (c) Sei $\rho: V \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)$ mit $\rho(S) = \{a^n b^m \mid 2n \geq m \geq n \geq 0\}$. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\llbracket \widehat{a}(\widehat{Sb}\widehat{Sbb})\widehat{a} \rrbracket(\rho) = \rho(S)$$

gilt. Wenden Sie dazu zuerst schrittweise die Semantik von EBNF-Termen an und fassen Sie dann geeignet zusammen.