

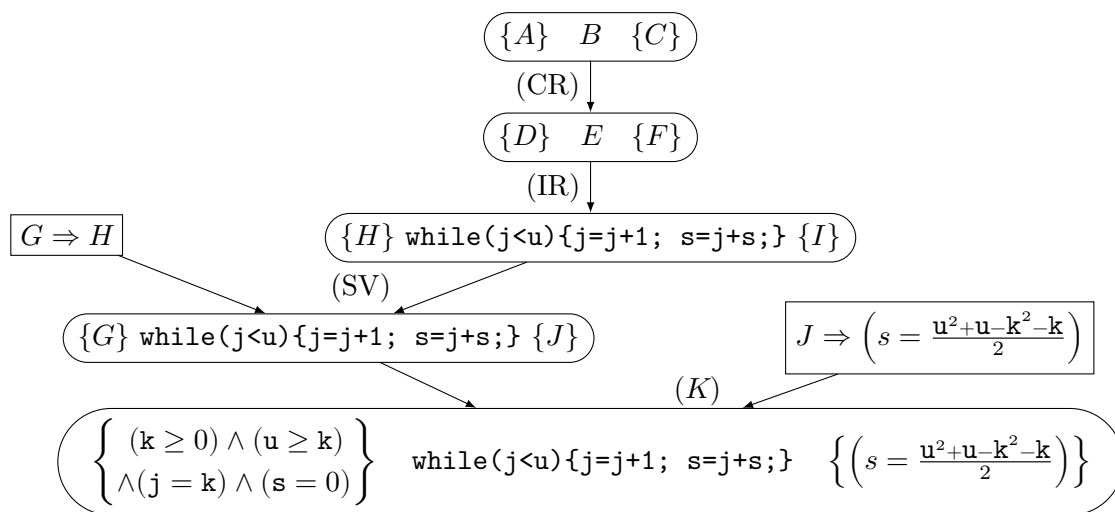
# Programmierung

## Aufgabe 1 (AGS 16.31 ★)

Für die Verifikationsformel

$$\left\{ \begin{array}{l} (k \geq 0) \wedge (u \geq k) \\ \wedge (j = k) \wedge (s = 0) \end{array} \right\} \text{ while}(j < u) \{ j=j+1; s=j+s; \} \left\{ \left( s = \frac{u^2 + u - k^2 - k}{2} \right) \right\}$$

wurden die ersten vier (korrekten) Regelanwendungen des Hoare-Kalküls in Form eines Beweisbaumes aufgeschrieben (siehe unten). Dabei sind die Ausdrücke  $A$  bis  $K$  noch unbekannt. Es gelten die Abkürzungen SV = stärkere Vorbedingung, IR = Iterationsregel und CR = Compregel.



- (a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.
- (b) Geben Sie die Ausdrücke  $A$  bis  $K$  an. Sie können die Schleifeninvariante mit  $SI$  abkürzen.

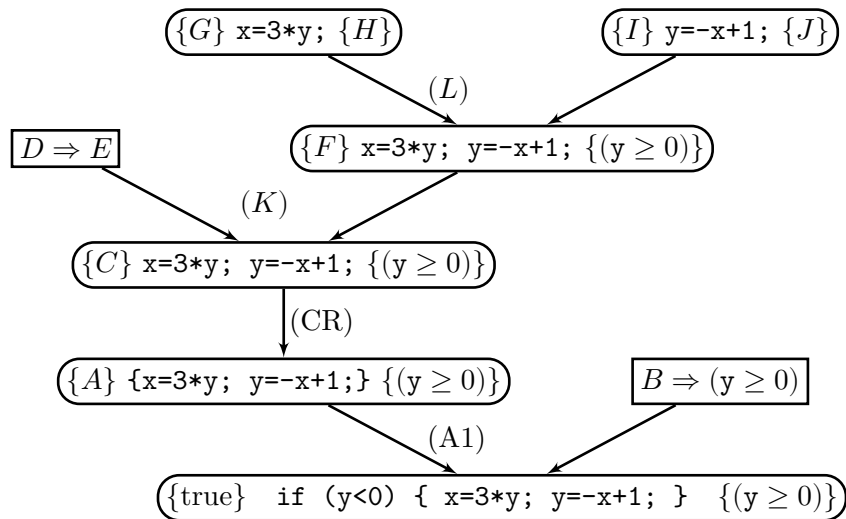
## Aufgabe 2 (AGS 16.2 c)

Zeigen Sie die Gültigkeit der Verifikationsformel

$$\{(z = (x - x1) \cdot y) \wedge (x1 \geq 0) \wedge (x1 > 0)\} \quad x1=x1-1; \quad \{(z + y = (x - x1) \cdot y) \wedge (x1 \geq 0)\}.$$

## Aufgabe 3 (AGS 16.29)

Die Verifikationsformel  $\{\text{true}\} \text{ if } (y < 0) \{ x=3 \cdot y; y=-x+1; \} \{(y \geq 0)\}$  soll mit dem Hoare-Kalkül bewiesen werden. Ein Teil eines Beweisbaums wurde unten bereits aufgeschrieben, die Ausdrücke  $A$  bis  $L$  sind jedoch noch unbekannt. Der Ausdruck  $\text{true}$  bezeichnet eine beliebige tautologische Formel, wie z. B.  $(1 = 1)$ . Es gelten die Abkürzungen: A1 = erste Alternativregel, CR = Compregel.



(a) Geben Sie die Ausdrücke  $A$  bis  $L$  an.

(b) Zeigen Sie schrittweise, dass  $\text{true} \wedge (y < 0) \implies (-3 \cdot y + 1 \geq 0)$  gilt.

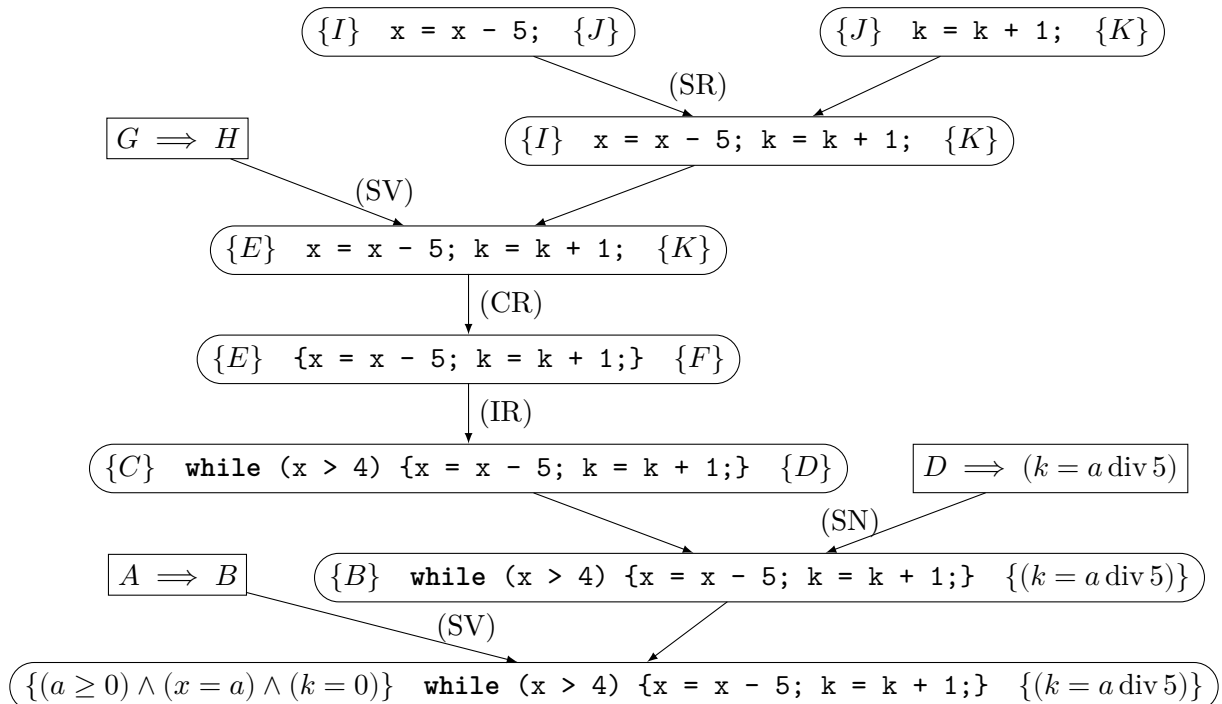
### Zusatzaufgabe 1 (AGS 16.32 ★)

Die Verifikationsformel

$$\{(a \geq 0) \wedge (x = a) \wedge (k = 0)\} \text{ while } (x > 4) \{x = x - 5; k = k + 1;\} \{(k = a \text{ div } 5)\}$$

soll mit dem Hoare-Kalkül bewiesen werden, wobei die Operation „div“ die ganzzahlige Division ist, z. B.  $2 \text{ div } 5 = 0$  und  $8 \text{ div } 5 = 1$ .

Der Beweisbaum wurde unten bereits aufgeschrieben, die Ausdrücke  $A$  bis  $K$  sind jedoch noch unbekannt. Es gelten die Abkürzungen SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel, CR = Compregel und SR = Sequenzregel.



- (a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.
- (b) Geben Sie die Ausdrücke  $A$  bis  $K$  an. Sie können dabei die Schleifeninvariante mit  $SI$  abkürzen.
- (c) Zeigen Sie schrittweise, dass die folgende Implikation gilt:

$$(x = a - 5 \cdot k) \wedge (x \geq 0) \wedge (x > 4) \implies (x - 5 = a - 5 \cdot (k + 1)) \wedge (x - 5 \geq 0).$$