

Programmierung

Aufgabe 1 (AGS 12.4.1 ★)

(a) Bestimmen Sie für jeden der folgenden λ -Terme t die Mengen $FV(t)$ und $GV(t)$:

- $(\lambda x.x y) (\lambda y.y)$
- $(\lambda x.(\lambda y.z (\lambda z.z (\lambda x.y))))$
- $(\lambda x.(\lambda y.x z (y z))) (\lambda x.y (\lambda y.y))$

(b) Reduzieren Sie die folgenden λ -Terme zu Normalformen. Schreiben Sie – bevor Sie einen Ableitungsschritt ausführen – für die relevanten (Teil-)Ausdrücke die Mengen der freien bzw. der gebundenen Vorkommen von Variablen auf.

- $(\lambda x.(\lambda y.x z (y z))) (\lambda x.y (\lambda y.y))$
- $(\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.z))) x (+ y 1)$
- $(\lambda x.(\lambda y.x (\lambda z.y z))) (((\lambda x.(\lambda y.y)) 8) (\lambda x.(\lambda y.y) x))$
- $(\lambda h.(\lambda x.h (x x))) (\lambda x.h (x x)) ((\lambda x.x) (+ 1 5))$
- $(\lambda f.(\lambda a.(\lambda b.f a b))) (\lambda x.(\lambda y.x))$

Aufgabe 2 (AGS 12.4.29 ★)

- (a) Geben Sie einen Kombinator A an, so dass $A t s u \Rightarrow^* s$ für alle Lambdaterme t, s und u .
- (b) Geben Sie einen Kombinator B an, so dass $B t s \Rightarrow^* s t$ für alle Lambdaterme t und s .
- (c) Geben Sie einen Kombinator C an, so dass $C C \Rightarrow_\beta C C$.
- (d) Geben Sie einen Kombinator D an, so dass $D \Rightarrow_\beta D$.
- (e) Geben Sie einen Kombinator E an, so dass $E E t \Rightarrow^* E t E$ für jeden Lambdaterm t .

Zusatzaufgabe 1 (AGS 12.4.40 ★)

Berechnen Sie die Normalform des λ -Terms $(\lambda fxy.fyx)(\lambda xy.x)xy$, indem Sie ihn *schrittweise* reduzieren. Geben Sie dabei vor jedem Schritt für die relevanten Teilausdrücke die Mengen der gebundenen bzw. frei vorkommenden Variablen an.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 12.4.11 a ★)

Reduzieren Sie den folgenden λ -Term bis seine Normalform erreicht ist:

$$(\lambda y.(\lambda x.x y)) (\lambda y.x (\lambda x.(\lambda y.y) y))$$

Schreiben Sie – bevor Sie einen Ableitungsschritt ausführen – für die relevanten (Teil-)Ausdrücke die Mengen der freien bzw. der gebundenen Vorkommen von Variablen auf.