

## Programmierung

---

### Aufgabe 1 (AGS 12.4.1 ★)

(a) Bestimmen Sie für jeden der folgenden  $\lambda$ -Terme  $t$  die Mengen  $FV(t)$  und  $GV(t)$ :

- $(\lambda x.x y) (\lambda y.y)$
- $(\lambda x.(\lambda y.z (\lambda z.z (\lambda x.y))))$
- $(\lambda x.(\lambda y.x z (y z))) (\lambda x.y (\lambda y.y))$

(b) Reduzieren Sie die folgenden  $\lambda$ -Terme zu Normalformen. Schreiben Sie – bevor Sie einen Ableitungsschritt ausführen – für die relevanten (Teil-)Ausdrücke die Mengen der freien bzw. der gebundenen Vorkommen von Variablen auf.

- $(\lambda x.(\lambda y.x z (y z))) (\lambda x.y (\lambda y.y))$
- $(\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.z))) x (+ y 1)$
- $(\lambda x.(\lambda y.x (\lambda z.y z))) (((\lambda x.(\lambda y.y)) 8) (\lambda x.(\lambda y.y) x))$
- $(\lambda h.(\lambda x.h (x x))) (\lambda x.h (x x)) ((\lambda x.x) (+ 1 5))$
- $(\lambda f.(\lambda a.(\lambda b.f a b))) (\lambda x.(\lambda y.x))$

### Aufgabe 2 (AGS 12.4.29 ★)

(a) Geben Sie einen Kombinator  $A$  an, so dass  $A t s u \Rightarrow^* s$  für alle Lambdaterme  $t, s$  und  $u$ .

(b) Geben Sie einen Kombinator  $B$  an, so dass  $B t s \Rightarrow^* s t$  für alle Lambdaterme  $t$  und  $s$ .

(c) Geben Sie einen Kombinator  $C$  an, so dass  $C C \Rightarrow_\beta C C$ .

(d) Geben Sie einen Kombinator  $D$  an, so dass  $D \Rightarrow_\beta D$ .

(e) Geben Sie einen Kombinator  $E$  an, so dass  $E E t \Rightarrow^* E t E$  für jeden Lambdaterm  $t$ .

### Zusatzaufgabe 1 (AGS 12.4.40 ★)

Berechnen Sie die Normalform des  $\lambda$ -Terms  $(\lambda fxy.fyx)(\lambda xy.x)xy$ , indem Sie ihn *schrittweise* reduzieren. Geben Sie dabei vor jedem Schritt für die relevanten Teilausdrücke die Mengen der gebundenen bzw. frei vorkommenden Variablen an.

### Zusatzaufgabe 2 (AGS 12.4.11 a ★)

Reduzieren Sie den folgenden  $\lambda$ -Term bis seine Normalform erreicht ist:

$$(\lambda y.(\lambda x.x y)) (\lambda y.x (\lambda x.(\lambda y.y) y))$$

Schreiben Sie – bevor Sie einen Ableitungsschritt ausführen – für die relevanten (Teil-)Ausdrücke die Mengen der freien bzw. der gebundenen Vorkommen von Variablen auf.