8. Übung (14.–18. Dezember 2020)

Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe 1 (AGS 6.1.10)

Wenden Sie den Quicksort-Algorithmus auf die Folge $4, 7, 6, 2, 9$ an. Die Zahlen sollen aufsteigend sortiert werden. Dokumentieren Sie den Rechenablauf, indem Sie

- das Pivot-Element jeder Teilfolge kennzeichnen und
- die Teilfolgen und Stellung der Indizes i, j jeweils
  - unmittelbar vor und nach jedem Tausch von Elementen, sowie
  - unmittelbar vor und nach jedem rekursiven Aufruf angeben.

Aufgabe 2 (AGS 6.2.12)

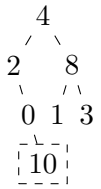
Wenden Sie den Heapsort-Algorithmus auf die Folge $2, 0, 9, 3, 5, 8, 4, 1, 6, 7$ an.
Dokumentieren Sie dazu in der Phase 1 das schrittweise Herstellen der Heap-Eigenschaft und dabei insbesondere die Veränderungen durch die Funktion „sinkenlassen“. Das Sinkenlassen in mehreren *unabhängigen* Teilbäumen darf in einem Schritt protokolliert werden.
In der Phase 2 brauchen Sie nur zwei Sortierschritte auszuführen. Ein Sortierschritt besteht aus einem Tausch- und einem Sinkenlassen-Schritt, die jeweils einzeln zu notieren sind.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 3.2.44 ⋆)

Gegeben sei die folgende Typdefinition für binäre Bäume:

```
typedef struct node *tree;
struct node { int key; tree left, right; };
```

(a) Die *Prominenz* eines Binärbaumes t ist die Anzahl der Knoten auf dem Pfad von der Wurzel von t bis zum Blatt in t, das am weitesten links steht (in der Abbildung rechts ist dieses Blatt markiert). Schreiben Sie eine Funktion `int prom(tree t)`, welche die Prominenz des übergebenen Baumes `t` berechnet. Für `t == NULL` soll `prom(t) == 0` gelten. Für den Baum in der rechten Abbildung soll die Funktion `4` zurückgeben.



(b) Ein binärer Baum t heißt *Rechtsbaum*, falls für jeden Knoten v von t die Prominenz des rechten Teilbaums von v (`right`) größer oder gleich der Prominenz des linken Teilbaums von v (`left`) ist. Ein Baum, der keine Knoten besitzt, ist also trivialerweise ein Rechtsbaum. Schreiben Sie eine Funktion `int isRightist(tree t)`, welche für einen Baum `t` als Eingabe den Wert `1` ausgibt, falls `t` ein Rechtsbaum ist, ansonsten den Wert `0`.

(c) Die Fibonacci-Folge $(f_n n \in)$ ist rekursiv definiert durch

$$f_n = \begin{cases} n & \text{wenn } n \leq 1, \\ f_{n-1} + f_{n-2} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die ersten Folgenglieder lauten also $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$. Beachten Sie, dass stets $f_n \leq f_{n+1}$ gilt.

Schreiben Sie eine Funktion **`int ifib(int k)`**, welche für die übergebene natürliche Zahl `k` das größte $n \in$ zurück gibt, so dass $f_n \leq$ `k` gilt. Beispielsweise gilt:

`k`	0	1	2	3	4	5	6	...
`ifib(k)`	0	2	3	4	4	5	5	...

Falls Sie eigene Hilfsfunktionen verwenden, geben Sie diese vollständig an.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 6.1.1 ⋆)

Wenden Sie den Quicksort-Algorithmus auf die Folge $9, 5, 4, 2, 3, 8, 1$ an.

Zusatzaufgabe 3 (AGS 6.2.18 ⋆)

Wenden Sie den Heapsort-Algorithmus auf die Folge $4, 10, 11, 3, 8, 13, 28, 29, 19, 21$ an. In Phase 2 brauchen Sie nur zwei Sortierschritte auszuführen.