
Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe 1 (AGS 2.2.56 a,c)

(a) Gegeben sei die EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ und

$$R = \{ S ::= AB, \quad A ::= \widehat{aAc} \widehat{\{b\}}, \quad B ::= d \widehat{B} c \}.$$

Übersetzen Sie \mathcal{E} in ein System von Syntaxdiagrammen.

(b) Geben Sie eine EBNF-Definition \mathcal{E}' an, sodass $W(\mathcal{E}') = \{a^{n+\ell}cb^n(cd)^\ell \mid n, \ell \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$.

Aufgabe 2 (AGS 2.2.59 b–d ★)

Sei $\Sigma = \{a, c, d\}$ und $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ eine EBNF-Definition mit $V = \{S, A\}$ sowie

$$R = \{ S ::= ddAc, \quad A ::= \widehat{[S]a} \}.$$

(a) Geben Sie die für die Fixpunktsemantik von \mathcal{E} zu iterierende Funktion f an.

(b) Dokumentieren Sie fünf Iterationsschritte der Fixpunktsemantik von \mathcal{E} .

(c) Geben Sie die Sprachen $W(\mathcal{E}, S)$ und $W(\mathcal{E}, A)$ an.

Aufgabe 3 (AGS 2.2.55 b–c ★)

(a) Sei $\mathcal{E} = (\{S\}, \{a, b\}, S, R)$ eine EBNF-Definition mit $R = \{ S ::= \widehat{a} \widehat{(Sb} \widehat{Sbb)} \widehat{)} \}$. Dokumentieren Sie die ersten drei Iterationsschritte der Fixpunktsemantik von \mathcal{E} .

(b) Sei $\rho: V \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)$ mit $\rho(S) = \{a^n b^m \mid 2n \geq m \geq n \geq 0\}$. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\llbracket \widehat{[a} \widehat{(Sb} \widehat{Sbb)} \widehat{]} \rrbracket(\rho) = \rho(S)$$

gilt. Wenden Sie dazu zuerst schrittweise die Semantik von EBNF-Termen an und fassen Sie dann geeignet zusammen.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 2.2.50)

(a) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie die Mengen V und R einer EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ an, so dass

$$W(\mathcal{E}, S) = \{ a^{n+m} w b^\ell a^n \mid n, m \geq 0, 0 \leq \ell \leq m, w \in \Sigma^* \}.$$

(b) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ eine EBNF-Definition mit $V = \{S, A\}$ sowie

$$R = \{ S ::= \widehat{[aAb} \widehat{]}, \quad A ::= \widehat{(Sc} \widehat{cS)} \}.$$

Dokumentieren Sie fünf Iterationsschritte der Fixpunktsemantik von \mathcal{E} . Berechnen Sie also $f^i(\perp)$, für $i \in \{0, \dots, 5\}$. Dabei sind f und \perp wie in der Vorlesung angegeben.

(c) Sei $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. Übersetzen Sie die EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit $V = \{S, A\}$ und

$$R = \left\{ S ::= \widehat{[(aAb} \widehat{] cAd)} \widehat{]}, \quad A ::= \widehat{S} \widehat{\{a\}} \widehat{]} \right\}$$

in ein System von Syntaxdiagrammen!

Zusatzaufgabe 2 (AGS 2.2.48 a–b)

- (a) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie V und R für eine EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ an, sodass $W(\mathcal{E}) = \{a^i b^{2n} a^j b^{3n} a^k \mid i, j, k \geq 2, n \geq 0\}$.
- (b) Sei $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit $V = \{S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und $R = \{S ::= \widehat{aSa} \mid \widehat{[b]}\}$ eine EBNF-Definition. Weiterhin sei $\rho: V \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)$, sodass

$$\rho(S) = \{a^n w a^n \mid n \geq 0, w \in \{\varepsilon, b\}\}.$$

Zeigen Sie, dass $\llbracket \widehat{[aSa \mid [b]]} \rrbracket(\rho) = \rho(S)$ gilt.