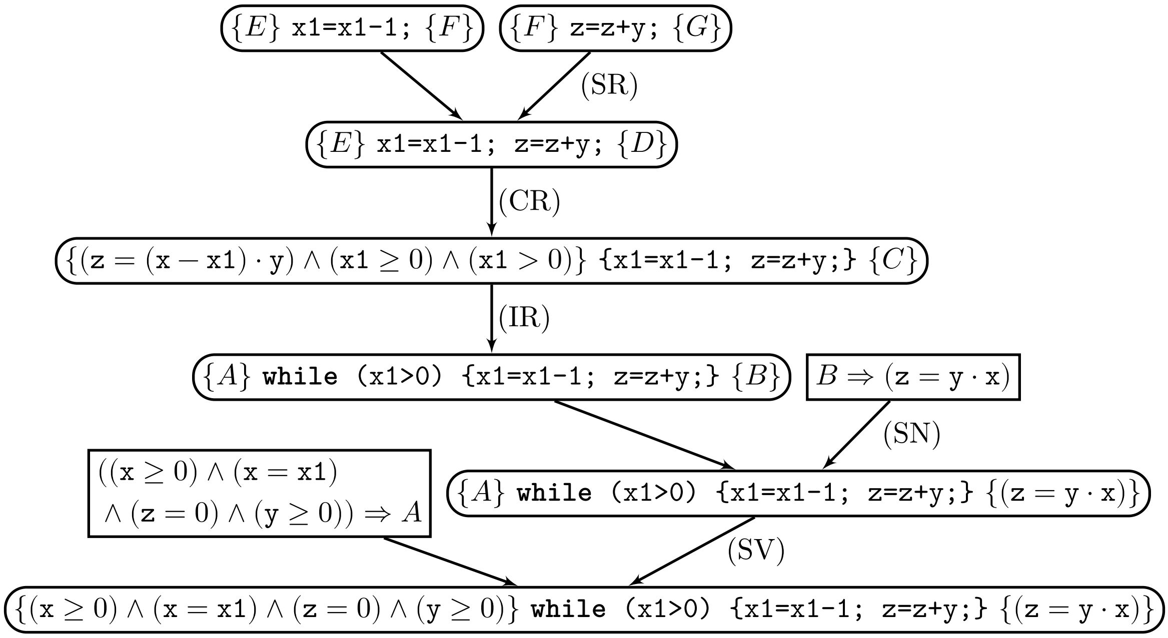
Programmierung

Aufgabe 1 (AGS 16.2)

Mit Hilfe des Hoare-Kalküls wurde für die Verifikationsformel

$$\{(\mathtt{x} \geq 0) \wedge (\mathtt{x} = \mathtt{x1}) \wedge (\mathtt{z} = 0) \wedge (\mathtt{y} \geq 0)\}\ \textbf{\texttt{while}}\ \mathtt{(x1>0)\ \{x1=x1-1;\ z=z+y;\}}\ \{(\mathtt{z} = \mathtt{y} \cdot \mathtt{x})\}$$

der folgende korrekte Beweisbaum aufgestellt. Hierbei wurden jedoch nur die Ergebnisse der jeweils angewandten Regeln aufgeschrieben. Es gelten: SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel, CR = Compoundregel, SR = Sequenzregel.



mit $F = (\mathtt{z} + \mathtt{y} = (\mathtt{x} - \mathtt{x1}) \cdot \mathtt{y}) \wedge (\mathtt{x1} \geq 0)$

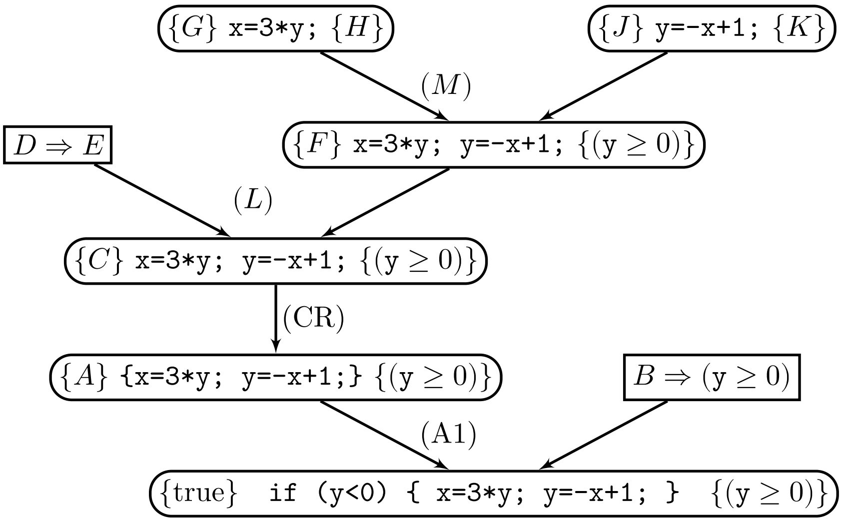
(a) Geben Sie die Schleifeninvariante an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke für A, B, C, D, E und G an.

(c) Zeigen Sie die Gültigkeit der Verifikationsformel $\{E\}$ `x1=x1-1;` $\{F\}$.

Aufgabe 2 (AGS 16.29)

Die Verifikationsformel $\{\text{true}\}$ `if (y<0) { x=3*y; y=-x+1; }` $\{(\mathtt{y} \geq 0)\}$ soll mit dem Hoare-Kalkül bewiesen werden. Ein Teil eines Beweisbaums wurde unten bereits aufgeschrieben, die Ausdrücke A bis M sind jedoch noch unbekannt. Der Ausdruck true bezeichnet eine beliebige tautologische Formel, wie z. B. $(1 = 1)$. Es gelten die Abkürzungen: A1 = erste Alternativregel, CR = Compregel.



(a) Geben Sie die Ausdrücke A bis M an.

(b) Zeigen Sie schrittweise, dass $\quad \mathrm{true} \wedge (\mathrm{y} < 0) \implies (-3 \cdot \mathrm{y} + 1 \geq 0) \quad$ gilt.

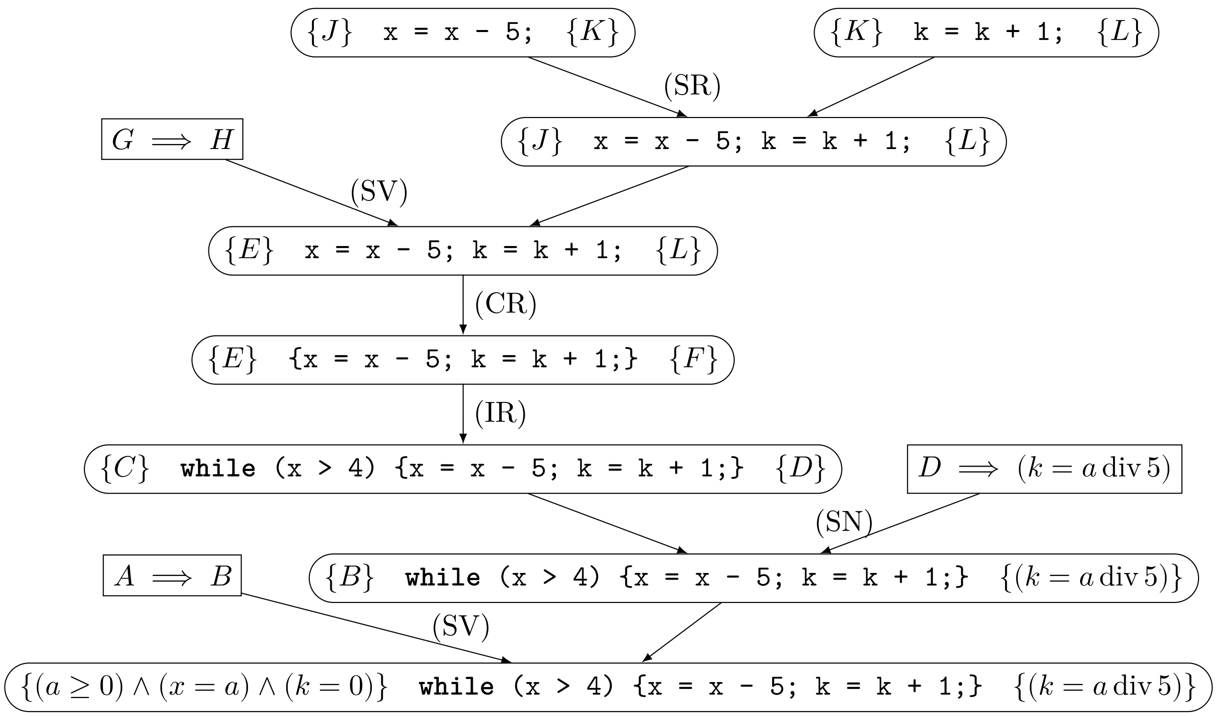
Zusatzaufgabe 1 (AGS 16.32)

Die Verifikationsformel

$$\{(a \geq 0) \wedge (x = a) \wedge (k = 0)\} \quad \texttt{while (x > 4) \{x = x - 5; k = k + 1;\}} \quad \{(k = a \operatorname{div} 5)\}$$

soll mit dem Hoare-Kalkül bewiesen werden, wobei die Operation „div" die ganzzahlige Division ist, z. B. $2 \operatorname{div} 5 = 0$ und $8 \operatorname{div} 5 = 1$.

Der Beweisbaum wurde unten bereits aufgeschrieben, die Ausdrücke A bis L sind jedoch noch unbekannt. Es gelten die Abkürzungen SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel, CR = Compregel und SR = Sequenzregel.



(a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke A bis L an. Sie können dabei die Schleifeninvariante mit SI abkürzen.

(c) Zeigen Sie schrittweise, dass die folgende Implikation gilt:

$$(x = a - 5 \cdot k) \land (x \geq 0) \land (x > 4) \implies (x - 5 = a - 5 \cdot (k + 1)) \land (x - 5 \geq 0).$$