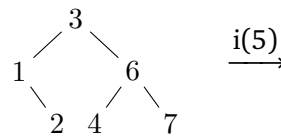
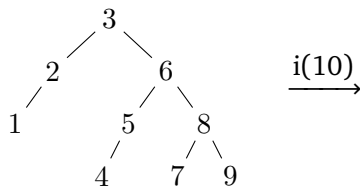
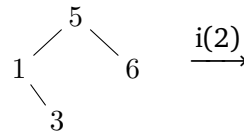
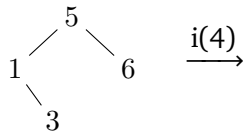


# Algorithmen und Datenstrukturen

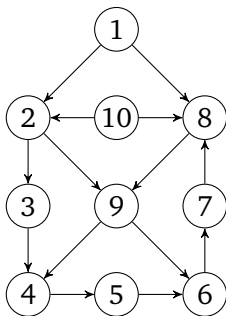
### Aufgabe 1 (AGS 8.15 ★)

Fügen Sie in die folgenden AVL-Bäume den jeweils angegebenen Schlüssel ein. Dokumentieren Sie die ausgeführten Operationen wie üblich.



### Aufgabe 2 (AGS 9.2.11)

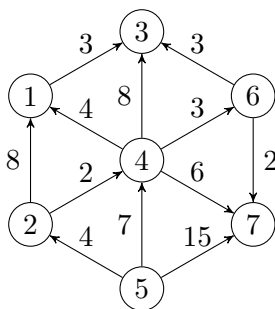
Der gerichtete Graph  $G$  sei durch folgende Darstellung gegeben:



- (a) Wenden Sie auf  $G$  wiederholt den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche *depth-first trees*.
- (b) Wenden Sie auf  $G$  wiederholt den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche *breadth-first trees*.

### Aufgabe 3 (AGS 9.3.4)

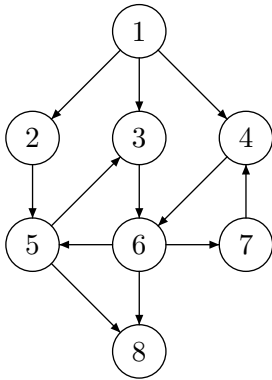
Der kantenbewertete Graph  $G = (V, E)$  sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



- (a) Geben Sie für  $G$  die modifizierte Adjazenzmatrix  $mA_G$  an.
- (b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix  $D_G^{(2)}$  an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber  $mA_G$  geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation:  $(i, j, k)$  mit  $i =$  Anfangsknoten,  $j =$  Endknoten,  $k =$  Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von  $D_G^{(2)}$  brauchen Sie nicht anzugeben.
- (c) Welche Matrizen  $D_G^{(k)}$ ,  $k > 2$ , können in unserem Beispiel nur zu einer Verbesserung der minimalen Entfernungen führen? Begründen Sie Ihre Aussage!
- (d) Geben Sie die Ergebnismatrix  $D_G$  des Floyd-Warshall-Algorithmus an.

### Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.2.10)

Der gerichtete Graph  $G = (V, E)$  sei durch folgende Darstellung gegeben:



- (a) Wenden Sie auf den Graphen  $G$  den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth-first tree. Geben Sie drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.
- (b) Transformieren Sie  $G$  in den ungerichteten Graphen  $G' = (V', E')$ , indem Sie  $V' = V$  setzen und  $E'$  nach der Vorschrift  $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$  erzeugen. Wenden Sie nun auf  $G'$  den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie einen breadth-first-tree. Geben Sie auch hier drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

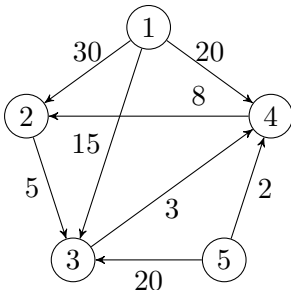
### Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.3.6)

Bei der Anwendung des Floyd-Warshall-Algorithmus auf einen Graphen  $G_1$  ergibt sich  $D_{G_1}^{(2)}$ .

$$D_{G_1}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 & 8 & 13 \\ 7 & 0 & 2 & 15 & 6 \\ 2 & 3 & 0 & 3 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 7 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie die Matrix  $D_{G_1}^{(3)}$  des Floyd-Warshall-Algorithmus.
- (b) Geben Sie ausgehend von der Matrix  $D_{G_1}^{(2)}$  drei (direkte) Entfernungsangaben zwischen benachbarten Knoten in  $G_1$  an.

Der kantenbewertete Graph  $G_2 = (V, E)$  sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



- (c) Geben Sie für  $G_2$  die modifizierte Adjazenzmatrix  $mA_{G_2}$  und die Ergebnismatrix  $D_{G_2}$  des Floyd-Warshall-Algorithmus an.