Programmierung

Beachten Sie die Übungsverlegungen zum 30. Mai.

Aufgabe 1 (AGS 12.4.30 b,c)

(a) Gegeben sei die folgende Haskell-Funktion:

```
g :: Int -> Int -> Int
g m 0 = m
g m 1 = m + 1
g m n = g m (n - 2) + g m (n - 1)
```

Geben Sie einen λ-Term $\langle G\rangle$ an, so dass $\langle \texttt{g m n}\rangle = \langle Y\rangle\langle G\rangle\langle \texttt{m}\rangle\langle \texttt{n}\rangle$ für alle $\texttt{m}, \texttt{n} \in \mathbb{N}$ gilt.

(b) Gegeben sei der λ-Term

$$\langle F\rangle = \Big(\lambda fxy.\ \langle ite\rangle\ (\langle iszero\rangle\ y)\ \langle 1\rangle\ \Big(\langle mult\rangle\ x\ (f\ x\ (\langle pred\rangle\ y))\Big)\Big)\ .$$

Berechnen Sie die Normalform des Terms $\langle Y\rangle\langle F\rangle\langle 2\rangle\langle 1\rangle$. Dokumentieren Sie die Berechnung wie üblich.

Aufgabe 2 (AGS 12.4.21)

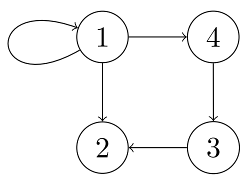
(a) Eine Funktion $g\colon \mathbb{N}\times\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ sei wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} g(x,y) &= x\cdot x && \text{für } y = 0\\ g(x,y) &= g(2\cdot x, y-1) && \text{für } y \geq 1 \end{aligned}$$

Geben Sie zur Funktion g den zugehörigen λ-Term $\langle G\rangle$ an, so dass $\langle g(x,y)\rangle = \langle Y\rangle\langle G\rangle\langle x\rangle\langle y\rangle$ füe alle $x, y \in \mathbb{N}$ gilt.

(b) Berechnen Sie für den in Aufgabe 2 (a) definierten λ-Term $\langle Y\rangle\langle G\rangle\langle 1\rangle\langle 3\rangle$.

Aufgabe 3 (AGS 13.6 ⋆)



Gegeben sei der links abgebildete Graph.

(a) Bilden Sie die Kantenrelation von G durch ein zweistelliges Prädikat `edge` in Prolog ab.

(b) Seien u und w Knoten in G. Es gibt einen *Pfad von u nach w*, wenn (i) $u = w$ gilt, oder (ii) es einen Knoten v gibt, sodass eine Kante von u nach v und ein Pfad von v nach w existieren. Bilden Sie das Konzept Pfad von u nach w mit einem zweistelligen Prädikat `path` in Prolog ab. Nutzen Sie dazu das Prädikat `edge` aus Aufgabe (a).

(c) Geben Sie alle SLD-Refutationen für `?- path(4, X).` an. Geben Sie dabei die Belegungen für alle Variablen an. Geben Sie die Menge der möglichen Belegungen für `X` an!

https://www.orchid.inf.tu-dresden.de *thomas.ruprecht@tu-dresden.de*

Zusatzaufgabe 1 (AGS 12.4.27)

(a) Berechnen Sie die Normalform des untenstehenden λ-Terms, indem Sie ihn *schrittweise* reduzieren. Geben Sie dabei vor jedem Schritt für die relevanten Teilausdrücke die Mengen der gebunden bzw. frei vorkommenden Variablen an.

$$(\lambda xyz.\, y\, z\, x)\, (\lambda x.\, x\, y)\, (\lambda x.\, x)$$

(b) Gegeben sei die folgende Haskell-Funktion:

```
g :: Int -> Int -> Int -> Int
g 0 _ _ = 0
g n x y = (g (n - 1) x y) + (if n `mod` 2 == 0 then x else y)
```

Geben Sie einen λ-Term $\langle G \rangle$ an, so dass $\langle \texttt{g n x y} \rangle = \langle Y \rangle \langle G \rangle \langle \texttt{n} \rangle \langle \texttt{x} \rangle \langle \texttt{y} \rangle$ für alle $\texttt{n}, \texttt{x}, \texttt{y} \in \mathbb{N}$ gilt.

(c) Gegeben sei der λ-Term

$$\begin{aligned} \langle F \rangle = \lambda fnxy.\, \langle ite \rangle (\langle iszero \rangle\, (\langle pred \rangle\, n))& \\ (\langle add \rangle\, x\, y)& \\ (f\, (\langle pred \rangle\, n)\, (\langle mult \rangle\, x\, n)\, (\langle add \rangle\, y\, n))&\,. \end{aligned}$$

Berechnen Sie schrittweise die Normalform des Terms $\langle Y \rangle \langle F \rangle \langle 2 \rangle \langle 3 \rangle \langle 5 \rangle$. Führen Sie im Rechenprozess zweckmäßige Abkürzungen der λ-Terme ein.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 13.2)

Gegeben ist folgender Prolog-Code.

```
nat(0).
nat(s(X)) :- nat(X).

sum(0, X, X) :- nat(X).
sum(s(X), Y, s(Z)) :- sum(X, Y, Z).

prod(0, X, 0) :- nat(X).
prod(s(X), Y, Z) :- prod(X, Y, W), sum(Y, W, Z).
```

Geben Sie eine SLD-Refutation für `?- prod(s(s(0)), s(0), X).` an.