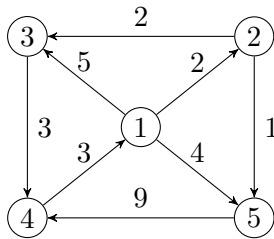


Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe 1 (AGS 9.3.5)

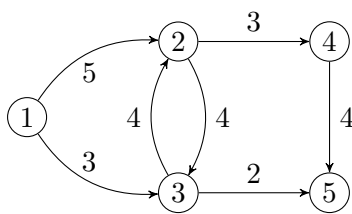
Der kantenbewertete gerichtete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende Darstellung gegeben:



- (a) Geben Sie für G die Matrix $D_G^{(0)}$ an.
- (b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix $D_G^{(2)}$ an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber $D_G^{(0)}$ geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation: (i, j, k) mit $i =$ Anfangsknoten, $j =$ Endknoten, $k =$ Entfernung.
- (c) Geben Sie die Ergebnismatrix D_G des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Notieren Sie nur Matrixelemente, die sich gegenüber $D_G^{(2)}$ geändert haben.

Aufgabe 2 (AGS 9.4.24)

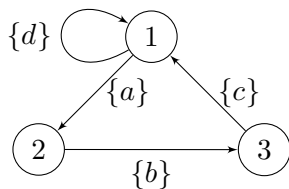
Der nachfolgende gewichtete Graph G stellt ein Straßennetz mit Einbahnstraßen dar. Dabei besagt das Gewicht 5 der Kante $(1, 2)$ beispielsweise, dass die Strecke vom ersten zum zweiten Knoten für Fahrzeuge mit einer Breite von maximal 5m passierbar ist. Es soll für jedes Knotenpaar (a, b) die maximale Fahrzeugbreite berechnet werden, um von a nach b zu gelangen.



- (a) Geben Sie den entsprechenden Semiring an.
- (b) Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- (c) Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrizen $D_G^{(i)}$, $i \in \{1, \dots, 5\}$. Notieren Sie nur Matrixelemente, die sich gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix geändert haben.
- (d) Wegen Reparaturarbeiten auf der Strecke von Knoten 4 zu 5 sinkt die maximal zulässige Fahrzeugbreite auf 1m. Wie ändert sich $D_G(1, 5)$? Geben Sie den zugehörigen Pfad an.

Aufgabe 3 (AGS 9.4.29)

Der folgende Graph G stellt ein Prozessdiagramm dar.



- (a) Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie dürfen die Abkürzung $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ verwenden.
- (b) Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- (c) Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrix $D_G^{(1)}$.
- (d) Geben Sie nun die Werte $D_G^{(2)}(3, 3)$ sowie $D_G^{(3)}(3, 3)$ an.

Aufgabe 4 (AGS 9.4.27 (c) ★)

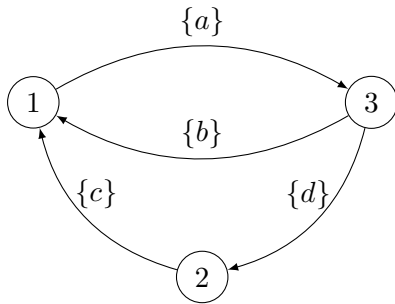
Aus der Update-Formel des Aho-Algorithmus kennen Sie den Ausdruck

$$D_G^{(k-1)}(u, v) \oplus \left(D_G^{(k-1)}(u, k) \odot (D_G^{(k-1)}(k, k))^* \odot D_G^{(k-1)}(k, v) \right).$$

Vereinfachen Sie diesen Ausdruck für den zum Kapazitätsproblem gehörigen Semiring, indem Sie a^* für ein beliebiges Element $a \in S$ ausrechnen. Geben Sie an, wie der vereinfachte Ausdruck aus dieser Rechnung folgt.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.4.26)

Der folgende Graph G stellt ein Prozessdiagramm dar, wobei die Symbole a , b , c und d elementare Prozesse kennzeichnen.

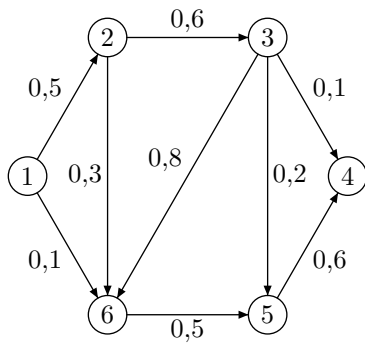


- Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie dürfen die Abkürzung $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ verwenden.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrix $D_G^{(1)}$.
- Geben Sie nun die Werte $D_G^{(3)}(3, 1)$ sowie $D_G^{(3)}(3, 3)$ an.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.4.20)

Der gewichtete Graph $G = (V, E, c)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:

Es soll für den Graph G das *Zuverlässigkeitsproblem* gelöst werden.



- Geben Sie den geeigneten Semiring für die Lösung dieses Problems und die modifizierte Adjazenzmatrix mA_G von G an.
- Berechnen Sie mithilfe des Aho-Algorithmus die Matrizen $D_G^{(1)}$, $D_G^{(2)}$ und $D_G^{(3)}$. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix geändert haben. Nutzen Sie dafür die Notation (Anfangsknoten; Endknoten; Gewicht). Wenn es keine Änderungen gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix gibt, geben Sie bitte eine *Begründung* an.
- Geben Sie die erste Zeile der Ergebnismatrix D_G des Aho-Algorithmus an.
- Auf welchen Maximalwert kann die Kante von Knoten 3 zum Knoten 5 erhöht werden, ohne dass sich die Ergebnismatrix D_G ändert?