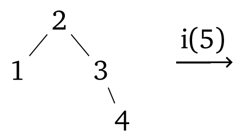
Algorithmen und Datenstrukturen

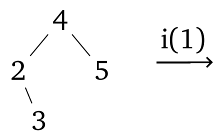
10. Übungsblatt

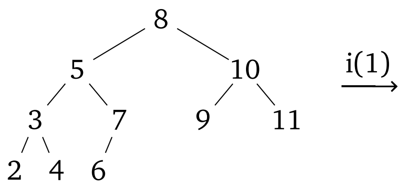
Zeitraum: 18. Dezember 2017 – 5. Januar 2018

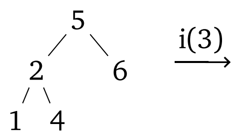
Übung 1 (AGS 8.12)

Fügen Sie in die folgenden AVL-Bäume den jeweils angegebenen Schlüssel ein und stellen Sie die AVL-Eigenschaft her. Nutzen Sie die übliche Notation.









Übung 2 (AGS 9.1.2 ⋆)

Gegeben sei der gerichtete Graph $G = (V, E)$ mit der Knotenmenge $V = \{1, \dots, 9\}$ und der Kantenmenge $E = \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,6), (6,7), (6,8), (6,9)\}$.

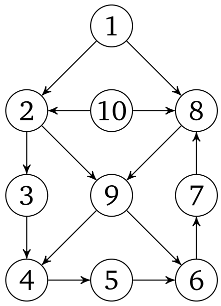
(a) Geben Sie eine graphische Darstellung von G an. Wie viele sequentielle Abarbeitungsreihenfolgen (topologische Sortierungen der Knoten) sind bei diesem Graphen möglich?

(b) Wie viele topologische Sortierungen bleiben übrig, wenn verboten wird, dass der Knoten 1 an erster Stelle steht?

(c) Verändern Sie in G die Kantenmenge E derart, dass der entstehende Graph G' genau die topologischen Sortierungen von G besitzt, die ausschließlich mit dem Knoten 1 beginnen.

Übung 3 (AGS 9.2.11)

Der gerichtete Graph G sei durch folgende Darstellung gegeben:

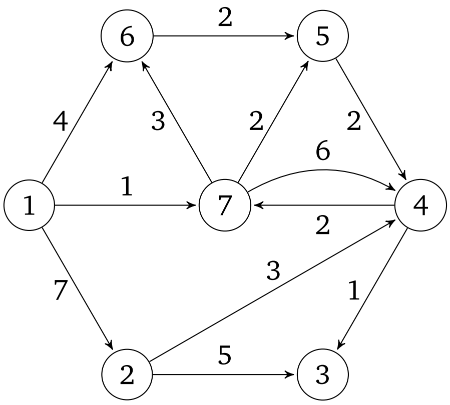


(a) Wenden Sie auf G wiederholt den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche depth-first-trees.

(b) Wenden Sie auf G wiederholt den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche breadth-first-trees.

Übung 4 (AGS 9.5.13)

Der kantenbewertete Graph G sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:

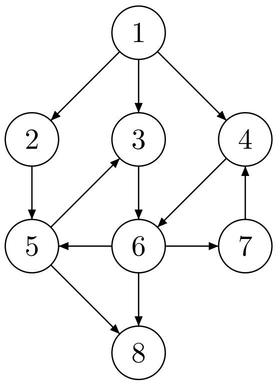


(a) Berechnen Sie mithilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimale Entfernung vom Knoten mit der Nummer 1 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren sie schrittweise die aktuelle Randknotenmenge und den zugehörigen Auswahlknoten. Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die Entfernung und die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge (Pfadtabelle) an.

(b) Welches ist das kleinste Gewicht, das man der Kante $(1,2)$ zuweisen kann, ohne dass sich die unter (a) berechnete minimale Pfadlänge von 1 nach 3 ändert?

Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.2.10)

Der gerichtete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende Darstellung gegeben:

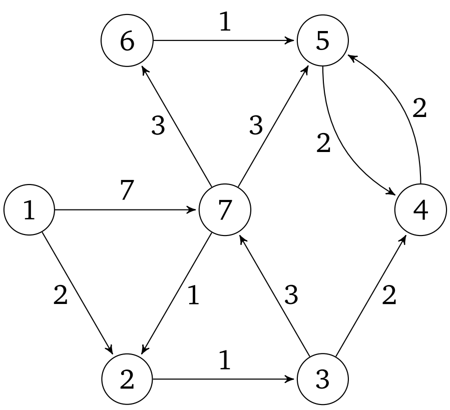


(a) Wenden Sie auf den Graphen G den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth-first tree. Geben Sie drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

(b) Transformieren Sie G in den ungerichteten Graphen $G' = (V', E')$, indem Sie $V' = V$ setzen und E' nach der Vorschrift $E' = E \cup \{(j,i) \mid (i,j) \in E\}$ erzeugen. Wenden Sie nun auf G' den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie einen breadth-first-tree. Geben Sie auch hier drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.5.14 ⋆)

Der kantenbewertete Graph G sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



(a) Berechnen Sie mithilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimale Entfernung vom Knoten mit der Nummer 1 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren sie schrittweise die aktuelle Randknotenmenge und den zugehörigen Auswahlknoten. Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die Entfernung und die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge (Pfadtabelle) an.

(b) Welches ist das kleinste Gewicht, das man der Kante $(1,7)$ zuweisen kann, ohne dass sich die unter (a) berechnete minimale Pfadlänge von 1 nach 5 ändert?