Programmierung

06. Übungsblatt

Zeitraum: 15. – 19. Mai 2017

Beachten Sie die Verlegungen zum Dies Academicus!

Übung 1 (AGS 12.4.29 ⋆)

(a) Geben Sie einen Kombinator A an, so dass $A\ t\ s\ u \Rightarrow^* s$ für alle Lambdaterme t, s und u.
(b) Geben Sie einen Kombinator B an, so dass $B\ t\ s \Rightarrow^* s\ t$ für alle Lambdaterme t und s.
(c) Geben Sie einen Kombinator C an, so dass $C\ C \Rightarrow_\beta C\ C$.
(d) Geben Sie einen Kombinator D an, so dass $D \Rightarrow_\beta D$.
(e) Geben Sie einen Kombinator E an, so dass $E\ E\ t \Rightarrow^* E\ t\ E$ für jeden Lambdaterm t.

Übung 2 (AGS 12.4.32)

(a) Berechnen Sie die Normalform des untenstehenden λ-Terms, indem Sie ihn *schrittweise* reduzieren. Geben Sie dabei vor jedem Schritt für die relevanten Teilausdrücke die Mengen der gebunden bzw. frei vorkommenden Variablen an.

$$(\lambda f\, x.f\, f\, x)(\lambda y.x)z$$

(b) Gegeben sei der λ-Term

$$\begin{aligned}\langle F\rangle = \Big(\lambda f\, x\, y\, z.\langle\text{ite}\rangle\ \big(\langle\text{iszero}\rangle\ (\langle\text{sub}\rangle\ x\ y)\big)\\ \big(\langle\text{add}\rangle\ y\ z\big)\\ \Big(\langle\text{succ}\rangle\ \big(f\ (\langle\text{pred}\rangle\ x)\ (\langle\text{succ}\rangle\ y)\ (\langle\text{mult}\rangle\ \langle 2\rangle\ z)\big)\Big)\Big).\end{aligned}$$

Berechnen Sie schrittweise die Normalform des Terms $\langle Y\rangle\langle F\rangle\langle 6\rangle\langle 5\rangle\langle 3\rangle$. Schreiben Sie für jeden Aufruf von $\langle F\rangle$ jeweils zwei Zeilen: eine in der Sie die Werte der Parameter des Aufrufs protokollieren, und eine in der Sie ihre Auswertung skizzieren. Führen Sie im Rechenprozess zweckmäßige Abkürzungen der λ-Terme ein.

(c) Gegeben sei die folgende Haskell-Funktion:

```
g :: Int -> Int -> Int
g 0 y = 2 * (y + 1)
g x 0 = 2 * (x + 1)
g x y = 4 + g (x - 1) (y - 1)
```

Geben Sie einen λ-Term $\langle G\rangle$ an, so dass $\mathsf{g} = \langle Y\rangle\langle G\rangle$ gilt. Sie dürfen dabei die in der Vorlesung vorgestellten Terme nutzen.

Übung 3 (AGS 12.4.30)

(a) Berechnen Sie die Normalform des untenstehenden λ-Terms, indem Sie ihn *schrittweise* reduzieren. Geben Sie dabei vor jedem Schritt für die relevanten Teilausdrücke die Mengen der gebunden bzw. frei vorkommenden Variablen an.

$$\big(\lambda f\, x.\ f\ (f\ x)\big)\ (\lambda y.\ x)\ y$$

(b) Gegeben sei die folgende Haskell-Funktion:

```
g :: Int -> Int -> Int
g m 0 = m
g m 1 = m + 1
g m n = g m (n - 2) + g m (n - 1)
```

Geben Sie einen λ-Term $\langle G \rangle$ an, so dass $\mathtt{g} = \langle Y \rangle \langle G \rangle$ gilt.

(c) Gegeben sei der λ-Term

$$\langle F \rangle = \Big(\lambda f\, x\, y.\ \langle \text{ite} \rangle\ (\langle \text{iszero} \rangle\ y)\ \langle 1 \rangle\ \big(\langle \text{mult} \rangle\ x\ \big(f\ x\ (\langle \text{pred} \rangle\ y)\big)\big)\Big).$$

Berechnen Sie die Normalform des Terms $\langle Y \rangle \langle F \rangle \langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$. Protokollieren Sie dabei die Berechnung wie in Aufg. 2 angegeben.

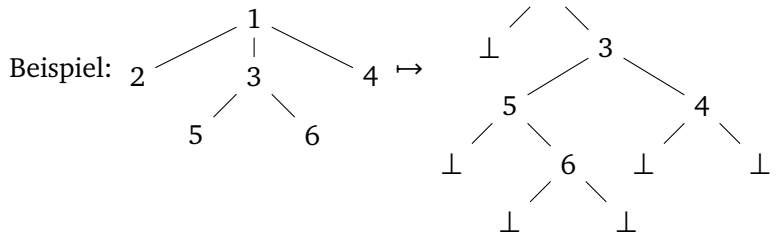
Zusatzaufgabe 1

Gegeben sei der folgende Haskell-Code zur Darstellung von Bäumen mit beliebigem Rang, sowie von Binärbäumen.

```
1  data UTree a = UNode a [UTree a]
2  data BTree a = BNil | BNode a (BTree a) (BTree a)
```

Implementieren Sie eine Funktion, welche einen Baum `t :: UTree a` als Binärbaum in `BTree a` mithilfe der first-child-next-sibling-Methode kodiert. Es soll also jeder Knoten `x` von `t` durch einen Knoten `y` des Binärbaums kodiert werden. Der erste Teilbaum von `y` soll die Kindknoten von `x` kodieren, der zweite Teilbaum von `y` den nächsten Geschwisterknoten von `x`. Existiert kein Kind, oder kein nächstes Geschwister, wird dies durch `BNil` kodiert.

Beispiel:



Im obigen Beispiel steht $\bot$ für `BNil`.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 12.3.5 ⋆)

Zeigen Sie durch Induktion über Listen, dass

```
map g (ys ++ zs) = map g ys ++ map g zs
```

für alle `g :: a -> b`, und `ys`, `zs :: [a]`. Nutzen Sie dazu die folgenden Definitionen:

```
1  map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
2  map f [] = []
3  map f (x:xs) = f x : map f xs
4
```

```
5  (++) :: [a] -> [a] -> [a]
6  [] ++ ys = ys
7  (x:xs) ++ ys = x : (xs ++ ys)
```