

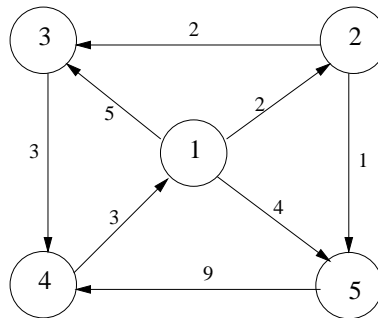
# Algorithmen und Datenstrukturen

## 12. Übungsblatt

Zeitraum: 16. – 20. Januar 2017

### Übung 1 (AGS 9.3.5)

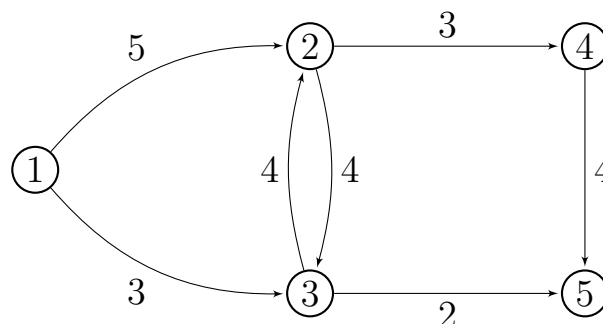
Der kantenbewertete gerichtete Graph  $G = (V, E)$  sei durch folgende Darstellung gegeben:



- Geben Sie für  $G$  die Matrix  $D_G^{(0)}$  an.
- Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix  $D_G^{(2)}$  an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber  $D$  geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation:  $(i, j, k)$  mit  $i =$  Anfangsknoten,  $j =$  Endknoten,  $k =$  Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von  $D_G^{(2)}$  brauchen Sie nicht anzugeben.
- Geben Sie die Ergebnismatrix  $D_G$  des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Schreiben Sie auch hier nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber  $D_G^{(2)}$  geändert haben, und benutzen Sie ebenfalls die Notation von Teilaufgabe (b). Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

### Übung 2 (AGS 9.4.25)

Der nachfolgende gewichtete Graph  $G$  stellt ein Straßennetz mit Einbahnstraßen dar. Dabei besagt das Gewicht 5 der Kante  $(1, 2)$  beispielsweise, dass die Strecke vom ersten zum zweiten Knoten für Fahrzeuge mit einer Breite von maximal 5m passierbar ist. Es soll für jedes Knotenpaar  $(a, b)$  die maximale Fahrzeugbreite berechnet werden, um von  $a$  nach  $b$  zu gelangen.

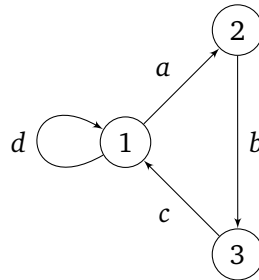


- Geben Sie den entsprechenden Semiring an.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.

- (c) Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrizen  $D_G^{(i)}$ ,  $i \in \{1, \dots, 5\}$ . Schreiben Sie dabei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix geändert haben. Verwenden Sie dazu die Schreibweise (Anfangsknoten, Endknoten, Gewicht).
- (d) Aufgrund von Reparaturarbeiten auf der Strecke von Knoten 4 nach 5 sinkt die maximal zulässige Fahrzeugbreite von 4m auf 1m. Wie ändert sich  $D_G(1, 5)$ ? Geben Sie den zugehörigen Pfad an.

### Übung 3 (AGS 9.4.30)

Der folgende Graph  $G$  stellt ein Prozessdiagramm dar, wobei die Symbole  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  elementare Prozesse kennzeichnen.



- (a) Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie dürfen die Abkürzung  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  verwenden.
- (b) Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- (c) Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrix  $D_G^{(1)}$ .
- (d) Geben Sie nun die Werte  $D_G^{(2)}(3, 3)$  sowie  $D_G^{(3)}(3, 3)$  an.

### Übung 4 (AGS 9.4.28 (c) ★)

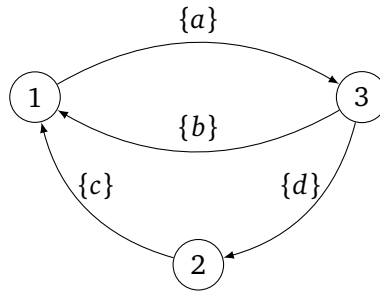
Aus der Update-Formel des Aho-Algorithmus kennen Sie den Ausdruck

$$D_G^{(k-1)}(u, v) \oplus \left( D_G^{(k-1)}(u, k) \odot \left( D_G^{(k-1)}(k, k) \right)^* \odot D_G^{(k-1)}(k, v) \right).$$

Vereinfachen Sie diesen Ausdruck für den zum Kapazitätsproblem gehörigen Semiring, indem Sie  $a^*$  für ein beliebiges Element  $a \in S$  ausrechnen. Geben Sie an, wie der vereinfachte Ausdruck aus dieser Rechnung folgt.

**Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.4.27)**

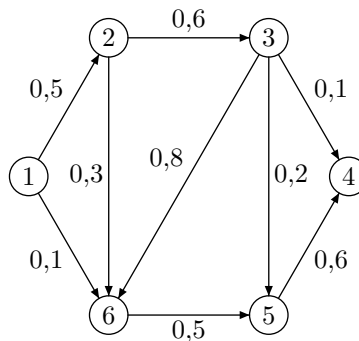
Der folgende Graph  $G$  stellt ein Prozessdiagramm dar, wobei die Symbole  $a, b, c$  und  $d$  elementare Prozesse kennzeichnen.



- Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie dürfen die Abkürzung  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  verwenden.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrix  $D_G^{(1)}$ .
- Geben Sie nun die Werte  $D_G^{(3)}(3, 1)$  sowie  $D_G^{(3)}(3, 3)$  an.

**Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.4.20)**

Der gewichtete Graph  $G = (V, E, c)$  sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



Es soll für den Graph  $G$  das *Zuverlässigkeitsproblem* gelöst werden.

- Geben Sie den geeigneten Semiring für die Lösung dieses Problems und die modifizierte Adjazenzmatrix  $mA_G$  von  $G$  an.
- Berechnen Sie mithilfe des Aho-Algorithmus die Matrizen  $D_G^{(1)}$ ,  $D_G^{(2)}$  und  $D_G^{(3)}$ . Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix geändert haben. Nutzen Sie dafür die Notation (Anfangsknoten; Endknoten; Gewicht). Wenn es keine Änderungen gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix gibt, geben Sie bitte eine *Begründung* an.
- Geben Sie die erste Zeile der Ergebnismatrix  $D_G$  des Aho-Algorithmus an.
- Auf welchen Maximalwert kann die Kante von Knoten 3 zum Knoten 5 erhöht werden, ohne dass sich die Ergebnismatrix  $D_G$  ändert?