TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

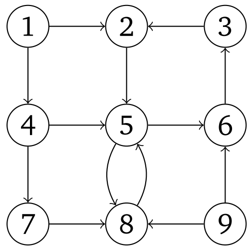
Fakultät Informatik • Institut für Theoretische Informatik • Lehrstuhl Grundlagen der Programmierung
Prof. Dr. H. Vogler / Dipl.-Inf. J. Osterholzer http://www.orchid.inf.tu-dresden.de

Algorithmen und Datenstrukturen

11. Übungsblatt

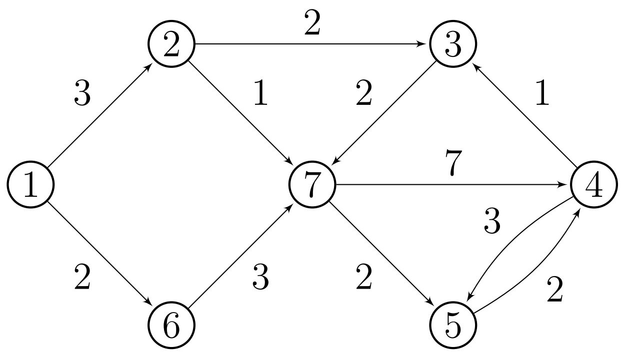
Zeitraum: 09. – 13. Januar 2017

Übung 1 (AGS 9.2.12)
Der gerichtete Graph G sei durch folgende Darstellung gegeben:



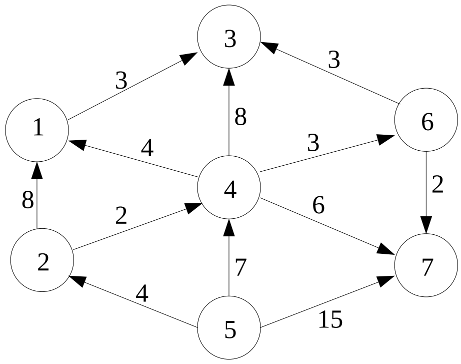
(a) Wenden Sie auf G wiederholt den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche depth-first-trees.
(b) Wenden Sie auf G wiederholt den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche breadth-first-trees.
(c) Ein Graph wird *vollständig* genannt, wenn er alle mit seiner Knotenmenge möglichen Kanten enthält. Wie viele depth-first-trees und wie viele breadth-first-trees existieren bei einem vollständigen Graphen mit $n \geq 2$ Knoten für einen beliebigen aber festen Startknoten?

Übung 2 (AGS 9.5.12)
Der kantenbewertete Graph G sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



(a) Berechnen Sie mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimalen Entfernungen vom Knoten mit der Nummer 1 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren Sie schrittweise die aktuelle Randknotenmenge und den zugehörigen Auswahlknoten. Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die Entfernung und die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge (Pfadtabelle) an.
(b) Welches ist das kleinste Gewicht, das man der Kante $(7, 4)$ zuweisen könnte, ohne dass sich die unter (a) berechneten minimalen Entfernungen ändern?

Übung 3 (AGS 9.3.4)
Der kantenbewertete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:

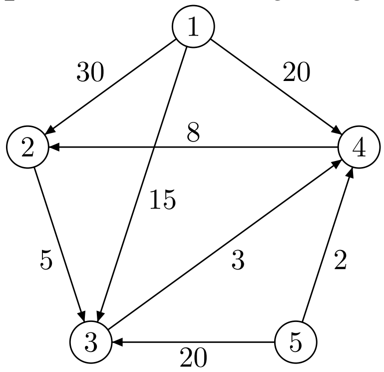


(a) Geben Sie für G die modifizierte Adjazenzmatrix mA_G an.
(b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix $D_G^{(2)}$ an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber mA_G geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation: (i, j, k) mit $i =$ Anfangsknoten, $j =$ Endknoten, $k =$ Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von $D_G^{(2)}$ brauchen Sie nicht anzugeben.
(c) Welche Matrizen $D_G^{(k)}$, $k > 2$, können in unserem Beispiel nur zu einer Verbesserung der minimalen Entfernungen führen? Begründen Sie Ihre Aussage!
(d) Geben Sie die Ergebnismatrix D_G des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

Übung 4 (AGS 9.3.6)
(a) Bei der Anwendung des Floyd-Warshall-Algorithmus auf einen Graphen G_1 mit fünf Knoten ergibt sich die folgende Matrix $D_{G_1}^{(2)}$:

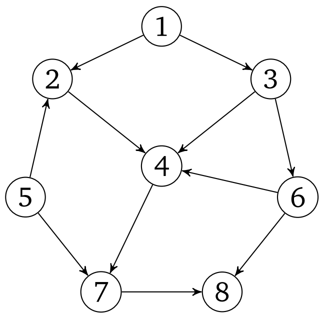
$$D_{G_1}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 & 8 & 13 \\ 7 & 0 & 2 & 15 & 6 \\ 2 & 3 & 0 & 3 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 7 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Matrix $D_{G_1}^{(3)}$ des Floyd-Warshall-Algorithmus.
(b) Geben Sie ausgehend von der Matrix $D_{G_1}^{(2)}$ drei (direkte) Entfernungsangaben zwischen benachbarten Knoten in G_1 an. Nutzen Sie dafür die Notation (i,j,k) mit i=Anfangsknoten, j=Endknoten, k=Entfernung.
(c) Der kantenbewertete Graph $G_2 = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



Geben Sie für G_2 die modifizierte Adjazenzmatrix mA_{G_2} und die Ergebnismatrix D_{G_2} des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

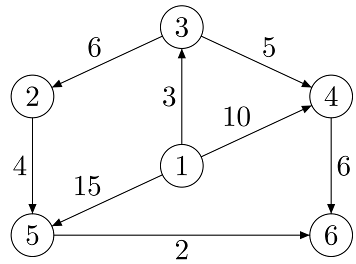
Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.2.3)
Der kantenbewertete gerichtete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende Darstellung gegeben:



(a) Wenden Sie auf den Graphen G den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth first tree. Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

(b) Transformieren Sie G in den ungerichteten Graphen $G' = (V', E')$, indem Sie $V' = V$ setzen und E' nach der Vorschrift $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$ erzeugen.
Wenden Sie nun auf G' den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 5 an und bestimmen Sie einen breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.5.11)
Der kantenbewertete Graph G sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



Berechnen Sie mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimalen Entfernungen vom Knoten mit der Nummer 1 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren Sie schrittweise die aktuelle Randknotenmenge und den zugehörigen Auswahlknoten. Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die Entfernung und die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge (Pfadtabelle) an.