

# Algorithmen und Datenstrukturen

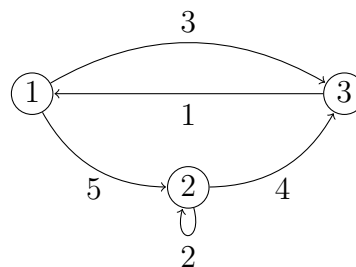
## 13. Übungsblatt

Zeitraum: 25. – 29. Januar 2016

Lernraum AuD am Sa., 30. 01., 4. DS (13:00 – 14:30 Uhr), vorauss. im Hörsaal APB/E023

### Übung 1 (AGS 9.4.22)

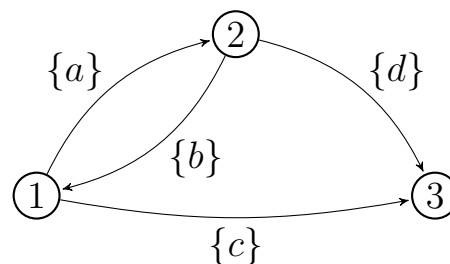
Es soll das durch den unten abgebildeten gewichteten Graphen  $G$  gegebene Kapazitätsproblem untersucht werden.



- Geben Sie den entsprechenden Semiring an.
- Geben Sie zwei Pfadnotationen von Knoten 1 zu Knoten 3 jeweils mitsamt dem zugehörigen Kapazitätswert an.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- Ermitteln Sie  $D_G^{(3)}(1, 2)$  sowie  $D_G^{(3)}(1, 3)$ . Zwischenschritte brauchen Sie nicht anzugeben.

### Übung 2

Für eine Fertigungsanlage gilt das im Graphen  $G$  dargestellte Prozessdiagramm, wobei die Symbole  $a, b, c, d$  verschiedene Teilschritte des Fertigungsablaufs kennzeichnen.



- Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie dürfen die Abkürzung  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  verwenden.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrix  $D_G^{(1)}$ .
- Ermitteln Sie die Werte  $D_G^{(2)}(1, 2)$  sowie  $D_G^{(2)}(1, 3)$ .

### Übung 3 (AGS 10.7)

Bei beschränkten Modellen kann der Maximum-Likelihood-Schätzer im Allgemeinen nicht effizient bestimmt werden. Beinhaltet das Modell  $\mathcal{M}$  aber die relative Häufigkeitsverteilung  $rfe(h)$  des

gegebenen Korpus  $h$ , dann ist  $\text{mle}(\mathcal{M}, h) = \text{rfe}(h)$ , denn keine andere Wahrscheinlichkeitsverteilung erzeugt eine höhere Likelihood.

Bestimmen Sie für die folgenden Situationen das Wahrscheinlichkeitsmodell, zeigen Sie, dass die relative Häufigkeitsverteilung des betrachteten Korpus in diesem enthalten ist und bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer.

- (a) Werfen eines Würfels, bei dem gegenüberliegende Seiten die gleiche Wahrscheinlichkeit aufweisen. Betrachten Sie den folgenden Korpus:

$$h(1) = 3, \quad h(2) = 5, \quad h(3) = 1, \quad h(4) = 1. \quad h(5) = 5, \quad h(6) = 3.$$

- (b) Werfen zweier unabhängiger Münzen. Betrachten Sie den folgenden Korpus:

$$h(K, K) = 2, \quad h(K, Z) = 4, \quad h(Z, K) = 4, \quad h(Z, Z) = 8.$$

- (c) Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit fünf Kugeln. Die Kugeln sind weiß, schwarz oder rot. Betrachten Sie den folgenden Korpus:

$$h(W) = 4, \quad h(S) = 2, \quad h(R) = 4.$$

### Zusatzaufgabe 1 (AGS 4.9 ★)

Gegeben sei das folgende C-Programm:

```

1  #include <stdio.h>
2
3  void f (int *a, int *b);
4
5  void g (int *x, int *y) {
6      int z;
7      z = *y;          /*label 1*/
8      if (z > 0)
9          f(&z, y); /* $1 */
10     else
11         *x = z;
12     /*label 2*/
13 }
14
15 void f (int *a, int *b) {
16     *b = *a - 1;      /*label 3*/
17     while (*a > 1) {
18         g(a, b); /* $2 */ /*label 4*/
19     }
20 }
21
22 int main ()
23 {
24     int e, a;
25     scanf("%i", &e); /*label 5*/
26     f(&e, &a); /* $3 */ /*label 6*/
27     printf("%d", a);
28     return 0;
29 }

```

- (a) Geben Sie den Gültigkeitsbereich jedes Objektes des Programms an.  
 (b) Stellen Sie eine Rechnung des Programms für die Eingabe  $e=2$  als pulsierenden Speicher dar.

### Zusatzaufgabe 2 (AGS 2.2.16 ★)

Die Wörter einer Sprache seien definiert durch:  $W(\mathcal{E}) = \{b^k a^i b^{i-1} c^{3k} \mid i \geq 1, k \geq 0\}$ .

- (a) Geben Sie für diese Sprache eine zugehörige EBNF-Definition  $\mathcal{E}$  an. Auf die Kennzeichnung der Metasymbole mit  $\wedge$  können Sie verzichten.  
 (b) Gegeben sei die EBNF-Definition  $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$  mit  $V = \{S, A, B\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  und  $R = \{S ::= \{A\}, A ::= \{aaAb \mid B\}, B ::= [cBdd] \}$   
 Geben Sie zu dieser EBNF-Definition das äquivalente System von Syntaxdiagrammen an.  
 (c) Worin unterscheidet sich die Sprache  $W(\mathcal{E})$  aus (b) von einer Sprache  $W(\mathcal{E}')$ , die dadurch entsteht, wenn die Regel  $S ::= \{A\}$  durch die Regel  $S ::= (AS \mid A)$  ersetzt wird?

**Zusatzaufgabe 3 (AGS 2.2.29 ★)**

Sei  $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$  mit  $V = \{S, A, B, C\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$  und  $R = \{ S ::= (aA \mid bB), A ::= (aB \mid C), B ::= (bA \mid C), C ::= [c] \}$ .

Berechnen Sie mit Hilfe der Fixpunktsemantik für alle  $v \in V$  die syntaktischen Kategorien  $W(\mathcal{E}, v)$ . Führen Sie zunächst 5 Iterationsschritte aus, ermitteln Sie danach die Abbildungsvorschrift  $f^i$ , ( $i \geq 2$ ), und leiten Sie daraus durch Grenzwertbestimmung ( $i \rightarrow \infty$ ) die gesuchten Sprachen ab.

**Zusatzaufgabe 4 (AGS 8.2 ★)**

Fügen Sie in einen anfangs leeren AVL-Baum die folgenden Schlüssel ein:

8, 4, 2, 0, 1, 3, 5, 9, 6, 7, 10.

Verwenden Sie die übliche Notation zum Einfügen sowie für Links- und Rechtsrotationen.