

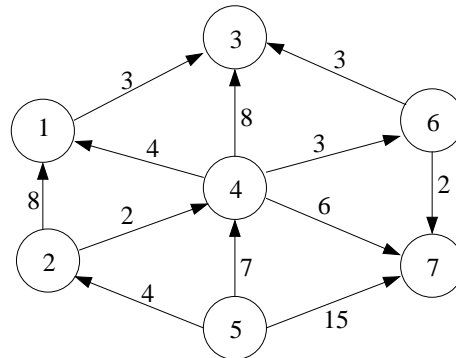
Algorithmen und Datenstrukturen

12. Übungsblatt

Zeitraum: 18. – 22. Januar 2016

Übung 1 (AGS 9.3.4)

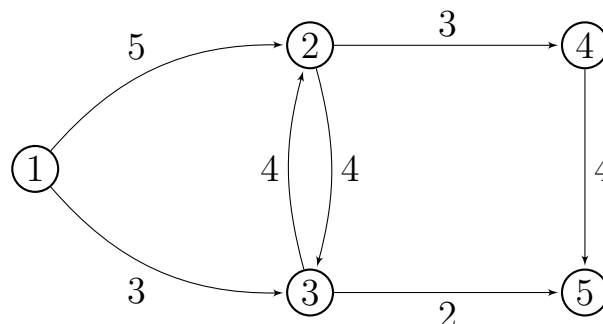
Der kantenbewertete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



- Geben Sie für G die modifizierte Adjazenzmatrix mA_G an.
- Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix $D_G^{(2)}$ an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber mA_G geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation: (i, j, k) mit i = Anfangsknoten, j = Endknoten, k = Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von $D_G^{(2)}$ brauchen Sie nicht anzugeben.
- Welche Matrizen $D_G^{(k)}$, $k > 2$, können in unserem Beispiel nur zu einer Verbesserung der minimalen Entfernungen führen? Begründen Sie Ihre Aussage!

Übung 2 (AGS 9.4.25)

Der nachfolgende gewichtete Graph G stellt ein Straßennetz mit Einbahnstraßen dar. Dabei besagt das Gewicht 5 der Kante $(1, 2)$ beispielsweise, dass die Strecke vom ersten zum zweiten Knoten für Fahrzeuge mit einer Breite von maximal 5m passierbar ist. Es soll für jedes Knotenpaar (a, b) die maximale Fahrzeugbreite berechnet werden, um von a nach b zu gelangen.

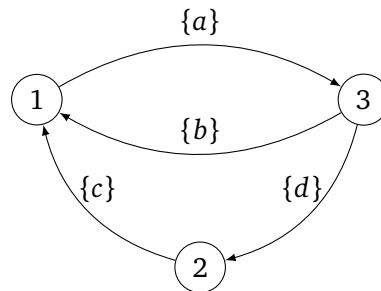


- Geben Sie den entsprechenden Semiring an.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.

- (c) Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrizen $D_G^{(i)}$, $i \in \{1, \dots, 5\}$. Schreiben Sie dabei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix geändert haben. Verwenden Sie dazu die Schreibweise (Anfangsknoten, Endknoten, Gewicht).
- (d) Aufgrund von Reparaturarbeiten auf der Strecke von Knoten 4 nach 5 sinkt die maximal zulässige Fahrzeugbreite von 4m auf 1m. Wie ändert sich $D_G(1, 5)$? Geben Sie den zugehörigen Pfad an.

Übung 3 (AGS 9.4.27)

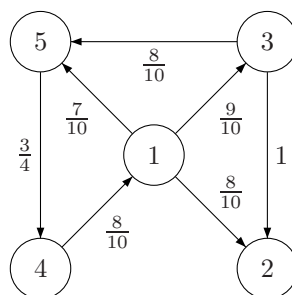
Der folgende Graph G stellt ein Prozessdiagramm dar, wobei die Symbole a , b , c und d elementare Prozesse kennzeichnen.



- (a) Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie dürfen die Abkürzung $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ verwenden.
- (b) Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- (c) Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrix $D_G^{(1)}$.
- (d) Geben Sie nun die Werte $D_G^{(3)}(3, 1)$ sowie $D_G^{(3)}(3, 3)$ an.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.4.14)

Das Modell eines Urwaldtelefonnetzes sei durch den folgenden kantenbewerteten, gerichteten Graphen G gegeben. Dabei ist die Bewertung der Kanten die Zuverlässigkeit, mit der ein Gespräch über diese Leitung aufgebaut werden kann. Gespräche zwischen Teilnehmern ohne Direktverbindung werden über Zwischenstationen vermittelt. Dabei ist zum Zustandekommen der Gesamtverbindung das Funktionieren aller beteiligten Direktverbindungen erforderlich.

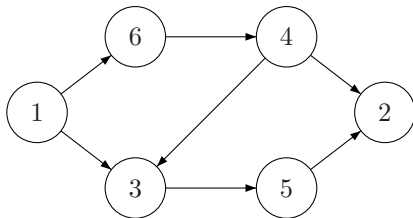


- (a) Um welches Problem handelt es sich? Geben Sie die Adjazenzmatrix A_G an!
- (b) Berechnen Sie mit der Rekursionsformel die Matrizen $D_G^{(i)}$ für $0 \leq i \leq 5$. Schreiben Sie hierbei (außer bei $D_G = D_G^{(5)}$) jeweils nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber der vorherigen Matrix geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation: (i, j, k) mit $i =$ Anfangsknoten, $j =$ Endknoten, $k =$ Zuverlässigkeit.
- (c) Die Sicherheit dieses Telefonnetzes soll verbessert werden. Es soll für alle möglichen Gespräche, außer jene von 4 nach 5, eine Zuverlässigkeit von mindestens 0,61 erreicht werden.

Es stehen aber nur die Mittel zum Ausbau einer einzigen Leitung zur Verfügung. Welche Leitung muss verbessert werden, und welchen Zuverlässigkeitswert muss sie erhalten?

Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.4.4 ★)

Der folgende gerichtete Graph G stellt das Wegesystem in einem Freizeitpark dar. Dabei ist Knoten 1 der Eingang und Knoten 2 der Ausgang. An den restlichen Knoten befinden sich die Attraktionen des Parks. Die Wege dürfen jeweils nur in der vorgegebenen Richtung durchlaufen werden.



- (a) Berechnen Sie mit Hilfe des Aho-Algorithmus die Erreichbarkeitsmatrix D_G ! Bei den Matrizen brauchen Sie nur die Elemente anzugeben, die sich im Vergleich zur vorherigen Matrix auf „true“ ändern.
- (b) Der Freizeitpark möchte gern einen Weg vom Ein- zum Ausgang ausschildern, der zu allen Attraktionen führt. Geben Sie diesen Weg an!
- (c) Bei einer Umfrage im Freizeitpark kam heraus, dass viele Besucher den Park als besucherunfreundlich einschätzen. Warum? Wie ließe sich das Problem einfach beheben?