

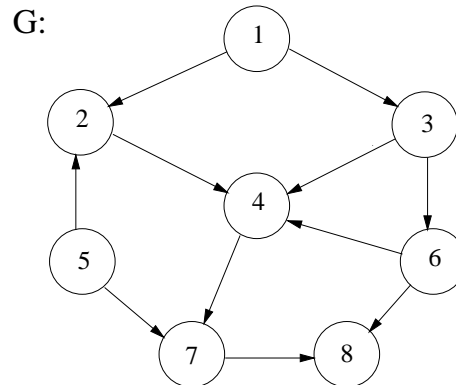
# Algorithmen und Datenstrukturen

## 11. Übungsblatt

Zeitraum: 11. – 15. Januar 2016

### Übung 1 (AGS 9.2.3)

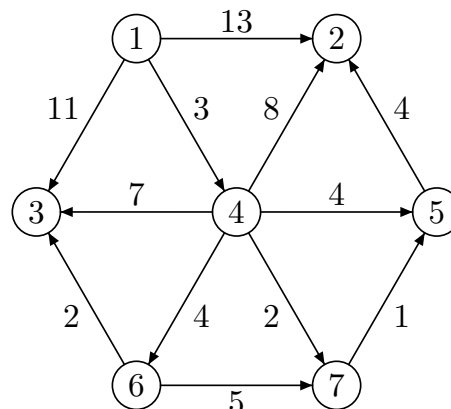
Der kantenbewertete gerichtete Graph  $G = (V, E)$  sei durch folgende Darstellung gegeben:



- Wenden Sie auf den Graphen  $G$  den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth first tree. Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen müssen Sie nicht angeben.
- Transformieren Sie  $G$  in den ungerichteten Graphen  $G' = (V', E')$ , indem Sie  $V' = V$  setzen und  $E'$  nach der Vorschrift  $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$  erzeugen. Wenden Sie nun auf  $G'$  den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 5 an und bestimmen Sie einen breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen müssen Sie nicht angeben.

### Übung 2 (AGS 9.5.9)

Der kantenbewertete Graph  $G$  sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



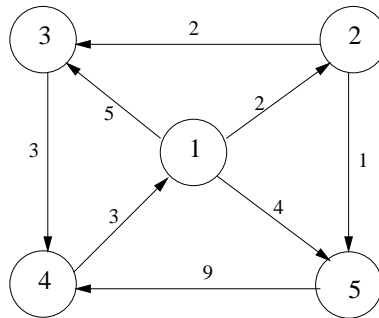
- Berechnen Sie mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimalen Entfernungen vom Knoten mit der Nummer 1 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren Sie schrittweise die aktuelle

Randknotenmenge und den zugehörigen Auswahlknoten. Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge an.

- (b) Welche Kante im Graph  $G$  muss entfernt werden, damit sich der kürzeste Pfad von Knoten 1 zu *genau* drei Knoten ändert? Geben Sie diese drei neuen (sich verändernden) Entfernungen an.

### Übung 3 (AGS 9.3.5)

Der kantenbewertete gerichtete Graph  $G = (V, E)$  sei durch folgende Darstellung gegeben:



- (a) Geben Sie für  $G$  die Matrix  $D_G^{(0)}$  an.
- (b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix  $D_G^{(2)}$  an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber  $D$  geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation:  $(i, j, k)$  mit  $i$  = Anfangsknoten,  $j$  = Endknoten,  $k$  = Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von  $D_G^{(2)}$  brauchen Sie nicht anzugeben.
- (c) Geben Sie die Ergebnismatrix  $D_G$  des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Schreiben Sie auch hier nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber  $D_G^{(2)}$  geändert haben, und benutzen Sie ebenfalls die Notation von Teilaufgabe (b). Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

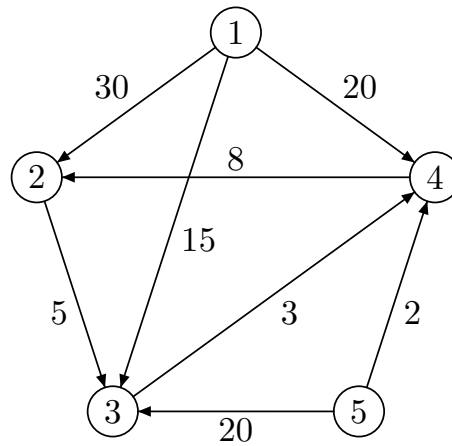
### Übung 4 (AGS 9.3.6)

- (a) Bei der Anwendung des Floyd-Warshall-Algorithmus auf einen Graphen  $G_1$  mit fünf Knoten ergibt sich die folgende Matrix  $D_{G_1}^{(2)}$ :

$$D_{G_1}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 & 8 & 13 \\ 7 & 0 & 2 & 15 & 6 \\ 2 & 3 & 0 & 3 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 7 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Matrix  $D_{G_1}^{(3)}$  des Floyd-Warshall-Algorithmus.

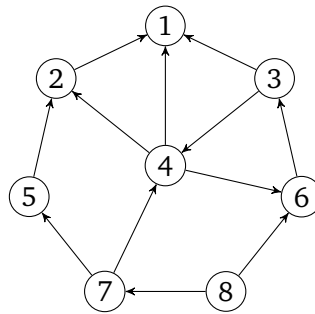
- (b) Geben Sie ausgehend von der Matrix  $D_{G_1}^{(2)}$  drei (direkte) Entfernungangaben zwischen benachbarten Knoten in  $G_1$  an. Nutzen Sie dafür die Notation  $(i, j, k)$  mit  $i$  = Anfangsknoten,  $j$  = Endknoten,  $k$  = Entfernung.
- (c) Der kantenbewertete Graph  $G_2 = (V, E)$  sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



Geben Sie für  $G_2$  die modifizierte Adjazenzmatrix  $mA_{G_2}$  und die Ergebnismatrix  $D_{G_2}$  des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

**Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.2.4 ★)**

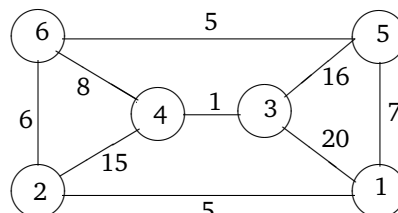
Der kantenbewertete gerichtete Graph  $G = (V, E)$  sei durch folgende Darstellung gegeben:



- (a) Wenden Sie auf den Graphen  $G$  den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 8 an, und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth first tree. Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.
- (b) Transformieren Sie  $G$  in den ungerichteten Graphen  $G' = (V', E')$ , indem Sie  $V' = V$  setzen und  $E'$  nach der Vorschrift  $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$  erzeugen. Wenden Sie nun auf  $G'$  den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 8 an, und bestimmen Sie einen breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

**Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.5.3 ★)**

Der kantenbewertete Graph  $G$  sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



- (a) Berechnen Sie mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimalen Entfernungen vom Knoten mit der Nummer 4 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren Sie schrittweise die aktuelle

Randknotenmenge und den zugehörigen Auswahlknoten. Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge an.

- (b) Ändern Sie möglichst wenige Bewertungen von  $G$  so ab, dass die minimale Entfernung vom Knoten 4 zum Knoten 1 genau 21 wird und der dabei zu durchlaufende Weg über den Knoten 5 führt. Alle weiteren minimalen Entfernungen vom Knoten 4 sollen erhalten bleiben. Geben Sie Ihre Änderungen in der Notation  $(i, j, c) = (\text{Anfangsknoten}, \text{Endknoten}, \text{Entfernung})$  an.