TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN
Fakultät Informatik • Institut für Theoretische Informatik • Lehrstuhl Grundlagen der Programmierung
Prof. Dr. H. Vogler / Dipl.-Inf. J. Osterholzer http://www.orchid.inf.tu-dresden.de

Programmierung

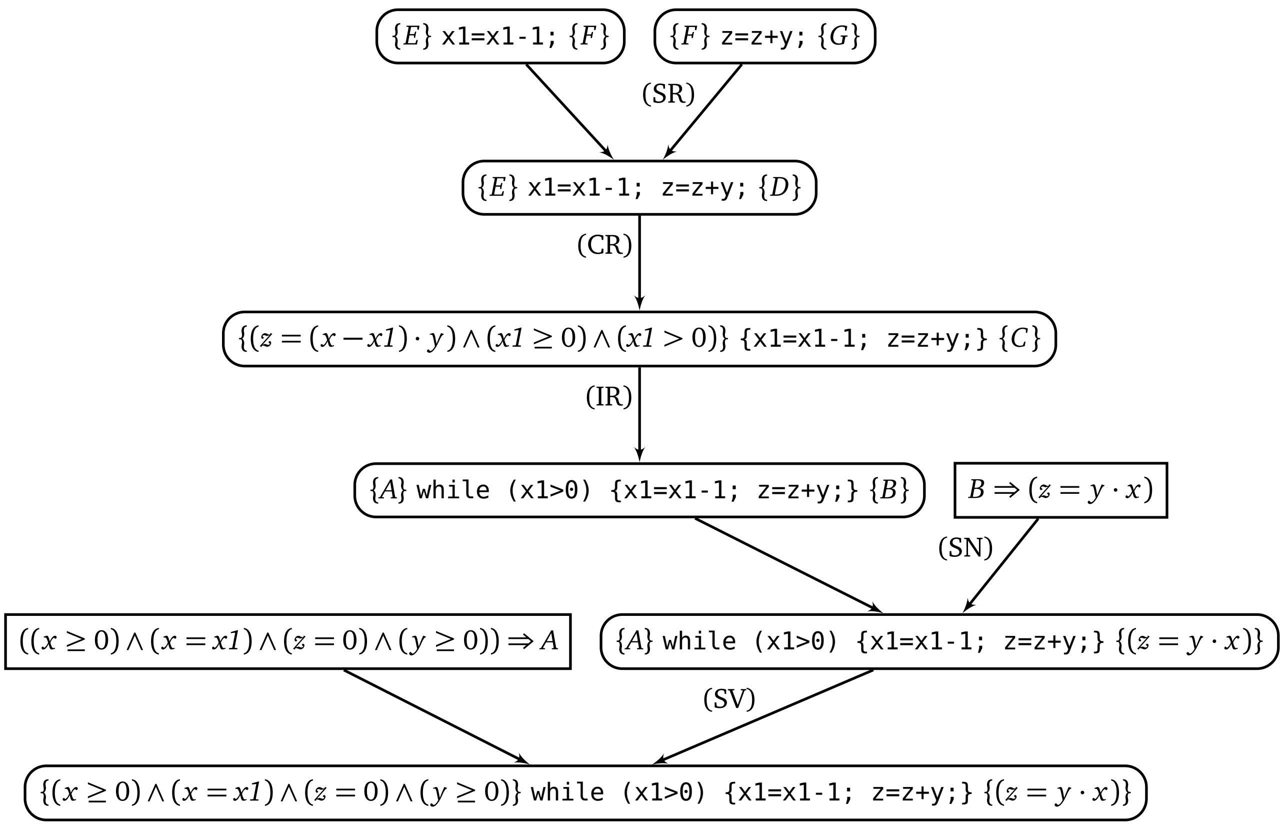
11. Übungsblatt

Zeitraum: 06. – 10. Juli 2015

Übung 1 (AGS 15.2)
Mit Hilfe des Hoare-Kalküls wurde für die Verifikationsformel

$$\{(x \geq 0) \wedge (x = x1) \wedge (z = 0) \wedge (y \geq 0)\} \ \texttt{while (x1>0) \{x1=x1-1; z=z+y;\}} \ \{(z = y \cdot x)\}$$

der folgende korrekte Beweisbaum aufgestellt. Hierbei wurden jedoch nur die Ergebnisse der jeweils angewandten Regeln aufgeschrieben.



wobei $F = (z + y = (x - x1) \cdot y) \wedge (x1 \geq 0)$.

(a) Geben Sie die Schleifeninvariante an.
(b) Geben Sie die Ausdrücke für A, B, C, D, E, und G an.
(c) Zeigen Sie die Gültigkeit der Verifikationsformel $\{E\}$ `x1=x1-1;` $\{F\}$.

Übung 2 (AGS 14.18)

(a) Gegeben sei folgendes Fragment eines C_1-Programms mit den Funktionen `f` und `g`:

```
while(c < *b) {
   c = c * 2;
   g(c, b);
}
*a = c;
```

Übersetzen Sie die Sequenz dieser Statements in entsprechenden AM_1-Code mit baumstrukturierten Adressen (mittels *stseqtrans*). Sie müssen keine Zwischenschritte angeben. Nehmen Sie an, die `while`-Anweisung sei das dritte Statement in `f`, und es sei

$tab_{f+lDecl} = \left[\texttt{f}/(\text{proc}, 1),\ \ \texttt{g}/(\text{proc}, 2),\ \ \texttt{a}/(\text{var-ref}, -3),\ \ \texttt{b}/(\text{var-ref}, -2),\ \ \texttt{c}/(\text{var}, \text{lokal}, 1)\right].$

(b) Gegeben sei folgender AM_1-Code:

```
1: INIT 1;       8: LOADI(-2);     14: READ(global, 1);
2: CALL 13;      9: LIT 2;         15: LOADA(global, 1);
3: INIT 0;       10: DIV;          16: PUSH;
4: LOADI(-2);    11: STOREI(-2);   17: CALL 3;
5: LIT 2;        12: RET 1;        18: WRITE(global, 1);
6: GT;           13: INIT 0;       19: JMP 0;
7: JMC 12;
```

Führen Sie ein schrittweises Ablaufprotokoll der AM_1 aus, ausgehend vom Startzustand $\sigma = (14, \varepsilon, 0 : 0 : 1, 3, 4, \varepsilon)$. Sie müssen nur Zellen ausfüllen, deren Wert sich im Vergleich zur letzten Zeile geändert hat.

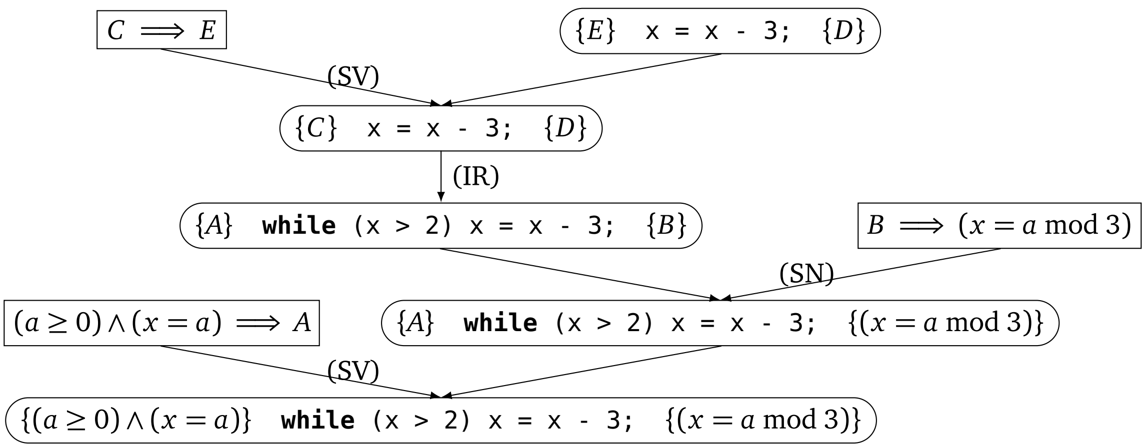
Übung 3 (AGS 15.23)

Die Verifikationsformel

$$\{(a \geq 0) \wedge (x = a)\}\quad \texttt{\textbf{while} (x > 2) x = x - 3;}\quad \{(x = a \bmod 3)\}$$

soll mit dem Hoare-Kalkül bewiesen werden, wobei die Operation „mod“ den Rest bei ganzzahliger Division bildet, z. B. $2 \bmod 3 = 2$ und $5 \bmod 3 = 2$.

Der Beweisbaum wurde unten bereits aufgeschrieben, die Ausdrücke A bis E sind jedoch noch unbekannt.



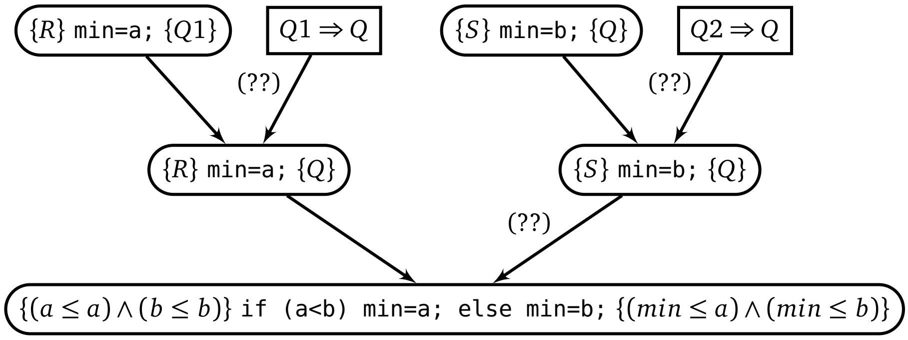
(a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke A, B, C, D, und E an.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 15.12 ⋆)
Mit Hilfe des Hoare–Kalküls wurde für die Verifikationsformel

$$\{(a \leq a) \wedge (b \leq b)\}\texttt{if (a<b) min=a; else min=b;}\{(min \leq a) \wedge (min \leq b)\}$$

der folgende korrekte Beweisbaum aufgestellt:



Geben Sie für R, S, Q, $Q1$, $Q2$ die konkreten Zusicherungen an. Des Weiteren nennen Sie alle angewendeten Verifikationsregeln und geben Sie explizit die an den Blättern des Beweisbaumes auftretenden Instanzen des Zuweisungsaxioms an.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 15.14)
Folgender Anweisungsteil *prog* eines C_0–Programms sei gegeben:

```
while (x > 0) {
  x = x - 1;
  y = y + 1;
}
```

Zeigen Sie $\{(x = 3) \wedge (y = 0)\}$ *prog* $\{(x = 0) \wedge (y = 3)\}$ mit Hilfe des Hoare-Kalküls. Notieren Sie in Ihrer Beweiskette jeweils die Namen der verwendeten Verifikationsregeln.
Überlegen Sie zunächst, wie Sie eine geeignete Schleifeninvariante festlegen können.