

# Lösungsschema für das $\lambda$ -Kalkül

Anzugeben sind:

- Die Nebenrechnung mit der Eigenschaft

$$\langle Y \rangle \langle F \rangle \Rightarrow \langle Y_F \rangle \Rightarrow \langle F \rangle \langle Y_F \rangle$$

des Fixpunktkombinators

- Für jeden rekursiven Aufruf zwei Zwischenschritte angeben:
  - Aufruf  $\langle F \rangle \langle Y_F \rangle \langle parameter_1 \rangle \dots \langle parameter_k \rangle$
  - Die (skizzenhafte) Auswertung dieser Parameter im “Rumpf” der definierten Funktion

## Beispiel an Aufgabe 12.4.7 (c):

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei der  $\lambda$ -Term:

$$\langle F \rangle = (\lambda f z y x. \langle ite \rangle (\langle iszero \rangle y) (\langle mult \rangle x z) (f (\langle succ \rangle z) (\langle pred \rangle y) (\langle succ \rangle (\langle succ \rangle x))))$$

Berechnen Sie “schrittweise” die Normalform des Terms  $\langle Y \rangle \langle F \rangle \langle 5 \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle$ !

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \text{NR: } \langle Y \rangle \langle F \rangle &= (\lambda h. (\lambda y. h (y y)) (\lambda y. h (y y))) \langle F \rangle \\ &\Rightarrow_{\beta} \underbrace{(\lambda y. \langle F \rangle (y y)) (\lambda y. \langle F \rangle (y y))}_{\langle Y_F \rangle} \Rightarrow_{\beta} \langle F \rangle \langle Y_F \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\langle Y \rangle \langle F \rangle \langle 5 \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle \\ &\Rightarrow^* \langle F \rangle \langle Y_F \rangle \langle 5 \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle \\ &\Rightarrow^* \langle ite \rangle (\underbrace{\langle iszero \rangle \langle 1 \rangle}_{\Rightarrow^* \langle false \rangle}) (\langle mult \rangle \langle 3 \rangle \langle 5 \rangle) \\ &\quad \left( \underbrace{\langle Y_F \rangle}_{\Rightarrow^* \langle F \rangle \langle Y_F \rangle} \underbrace{\langle succ \rangle \langle 5 \rangle}_{\Rightarrow^* \langle 6 \rangle} \underbrace{\langle pred \rangle \langle 1 \rangle}_{\Rightarrow^* \langle 0 \rangle} \underbrace{\langle succ \rangle (\langle succ \rangle \langle 3 \rangle)}_{\Rightarrow^* \langle 5 \rangle} \right) \\ &\Rightarrow^* \langle F \rangle \langle Y_F \rangle \langle 6 \rangle \langle 0 \rangle \langle 5 \rangle \\ &\Rightarrow^* \langle ite \rangle (\underbrace{\langle iszero \rangle \langle 0 \rangle}_{\Rightarrow^* \langle true \rangle}) (\underbrace{\langle mult \rangle \langle 5 \rangle \langle 6 \rangle}_{\Rightarrow^* \langle 30 \rangle}) (\dots) \\ &\Rightarrow^* \langle 30 \rangle \end{aligned}$$