

Algorithmen und Datenstrukturen

13. Übungsblatt

Zeitraum: 26. – 30. Januar 2015

Raumänderung: Übung am Mi., 28. 01., 6. DS findet statt im Raum APB/3027

Lernraum AuD am Sa., 31. 01., 4. DS, im Hörsaal APB/E023

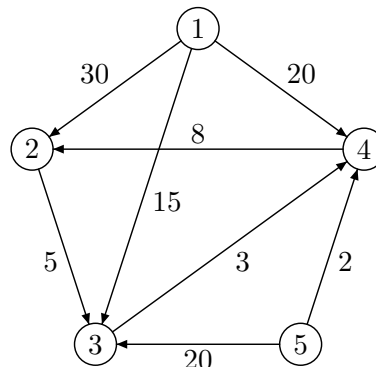
Übung 1 (AGS 9.3.6)

- (a) Bei der Anwendung des Floyd-Warshall-Algorithmus auf einen Graphen G_1 mit fünf Knoten ergibt sich die folgende Matrix $D_{G_1}^{(2)}$:

$$D_{G_1}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 & 8 & 13 \\ 7 & 0 & 2 & 15 & 6 \\ 2 & 3 & 0 & 3 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 7 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Matrix $D_{G_1}^{(3)}$ des Floyd-Warshall-Algorithmus.

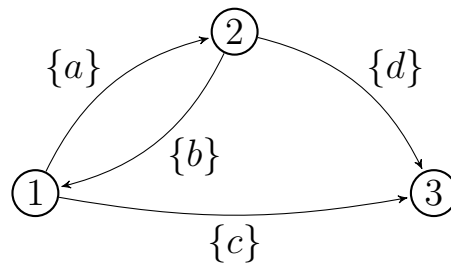
- (b) Geben Sie ausgehend von der Matrix $D_{G_1}^{(2)}$ drei (direkte) Entfernungangaben zwischen benachbarten Knoten in G_1 an.
 (c) Der kantenbewertete Graph $G_2 = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



Geben Sie für G_2 die modifizierte Adjazenzmatrix mA_{G_2} und die Ergebnismatrix D_{G_2} des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

Übung 2 (AGS 9.4.24)

Für eine Fertigungsanlage gilt das im Graphen G dargestellte Prozessdiagramm, wobei die Symbole a, b, c, d verschiedene Teilschritte des Fertigungsablaufs kennzeichnen.



- Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie können die Abkürzung $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ verwenden.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrizen $D_G^{(1)}$ und $D_G^{(2)}$.

Übung 3 (AGS 10.7)

Bei beschränkten Modellen kann der Maximum-Likelihood-Schätzer im Allgemeinen nicht effizient bestimmt werden. Beinhaltet das Modell \mathcal{M} aber die relative Häufigkeitsverteilung $\text{rfe}(h)$ des gegebenen Korpus h , dann ist $\text{mle}(\mathcal{M}, h) = \text{rfe}(h)$, denn keine andere Wahrscheinlichkeitsverteilung erzeugt eine höhere Likelihood.

Bestimmen Sie für die folgenden Situationen das Wahrscheinlichkeitsmodell, zeigen Sie, dass die relative Häufigkeitsverteilung des betrachteten Korpus in diesem enthalten ist und bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer.

- Werfen eines Würfels, bei dem gegenüberliegende Seiten die gleiche Wahrscheinlichkeit aufweisen. Betrachten Sie den folgenden Korpus:

$$h(1) = 3, \quad h(2) = 5, \quad h(3) = 1, \quad h(4) = 1. \quad h(5) = 5, \quad h(6) = 3.$$

- Werfen zweier unabhängiger Münzen. Betrachten Sie den folgenden Korpus:

$$h(K, K) = 2, \quad h(K, Z) = 4, \quad h(Z, K) = 4, \quad h(Z, Z) = 8.$$

- Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit fünf Kugeln. Die Kugeln sind weiß, schwarz oder rot. Betrachten Sie den folgenden Korpus:

$$h(W) = 4, \quad h(S) = 2, \quad h(R) = 4.$$

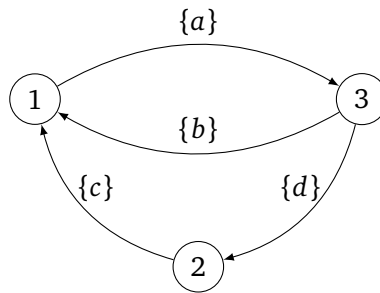
Übung 4 (AGS 10.5)

Bestimmen Sie für die folgenden Szenarien die Menge X der Ergebnisse und die Menge Y der Beobachtungen. Bestimmen Sie außerdem den Analysator.

- Werfen zweier unabhängiger Münzen. Sie können nur beobachten, ob beide Münzen a) dieselbe oder b) verschiedene Seiten zeigen.
- Werfen zweier Würfel, wobei Sie nur die Summe der Augenzahlen beobachten.
- Zwei Spieler spielen Schere-Stein-Papier. Sie beobachten lediglich, welcher Spieler gewonnen hat bzw. ob das Spiel unentschieden ausging.

Zusatzaufgabe 1 (AGS 9.4.27)

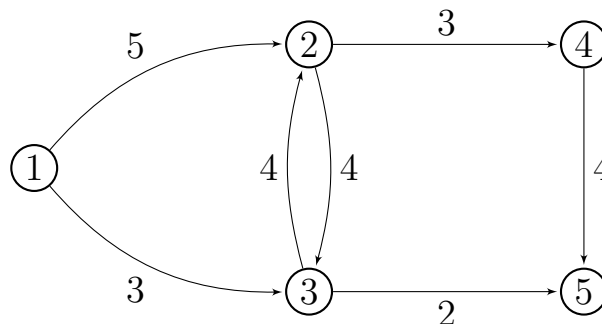
Der folgende Graph G stellt ein Prozessdiagramm dar, wobei die Symbole a, b, c und d elementare Prozesse kennzeichnen.



- Geben Sie den entsprechenden Semiring an. Sie dürfen die Abkürzung $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ verwenden.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrix $D_G^{(1)}$.
- Geben Sie nun die Werte $D_G^{(3)}(3, 1)$ sowie $D_G^{(3)}(3, 3)$ an.

Zusatzaufgabe 2 (AGS 9.4.25)

Der nachfolgende gewichtete Graph G stellt ein Straßennetz mit Einbahnstraßen dar. Dabei besagt das Gewicht 5 der Kante $(1, 2)$ beispielsweise, dass die Strecke vom ersten zum zweiten Knoten für Fahrzeuge mit einer Breite von maximal 5m passierbar ist. Es soll für jedes Knotenpaar (a, b) die maximale Fahrzeugbreite berechnet werden, um von a nach b zu gelangen.



- Geben Sie den entsprechenden Semiring an.
- Geben Sie die modifizierte Adjazenzmatrix an.
- Berechnen Sie mit dem Aho-Algorithmus die Matrizen $D_G^{(i)}$, $i \in \{1, \dots, 5\}$. Schreiben Sie dabei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber der jeweiligen Vorgängermatrix geändert haben. Verwenden Sie dazu die Schreibweise *(Anfangsknoten, Endknoten, Gewicht)*.
- Aufgrund von Reparaturarbeiten auf der Strecke von Knoten 4 nach 5 sinkt die maximal zulässige Fahrzeugbreite von 4m auf 1m. Wie ändert sich $D_G(1, 5)$? Geben Sie den zugehörigen Pfad an.