

# Aufgabenblatt zur 11. Übung

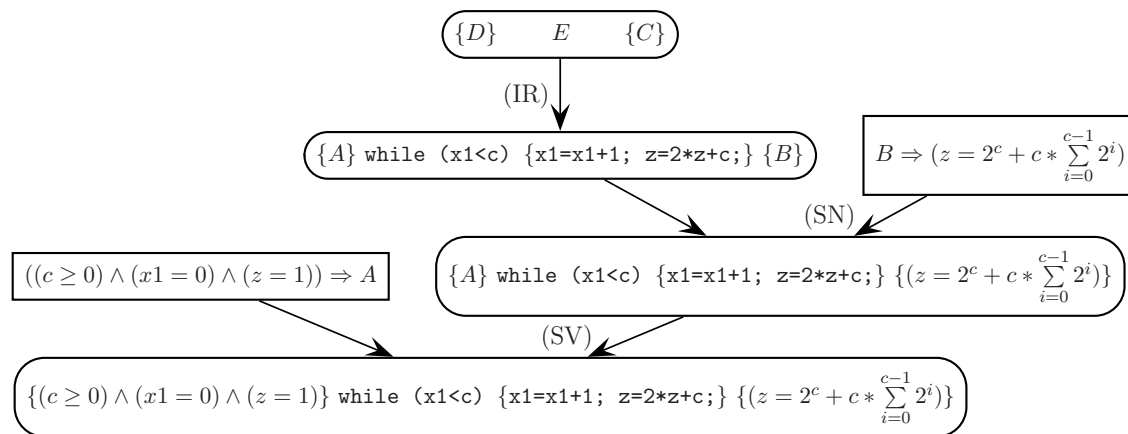
Zeitraum: 29.06. bis 03.07.2009

## 1. Aufgabe: (Klausuraufgabe 02.2009)

Für die Verifikationsformel

$$\{(c \geq 0) \wedge (x1 = 0) \wedge (z = 1)\} \text{ while } (x1 < c) \{x1=x1+1; z=2*z+c;\} \{(z = 2^c + c * \sum_{i=0}^{c-1} 2^i)\}$$

wurden die ersten drei (korrekten) Regeln des Beweisbaumes aufgeschrieben (siehe unten). Dabei sind die Ausdrücke  $A$  bis  $E$  noch unbekannt. Es gelten:  $SV$  = stärkere Vorbedingung,  $SN$  = schwächere Nachbedingung,  $IR$  = Iterationsregel.



(a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke für  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  und  $E$  an. Kürzen Sie gegebenenfalls die Schleifeninvariante mit  $SI$  ab.

## 2. Aufgabe: (AGS 14.14\*)

Der folgende Anweisungsteil  $prog$  eines  $C_0$ -Programms besitzt die folgenden Zusicherungen (Vor- und Nachbedingung):

$$\{(x \geq 0) \wedge (x1 = x) \wedge (p = 1)\} prog \{(p = \prod_{j=1}^x j)\}$$

(a) Fassen Sie die gemachten Zusicherungen als Spezifikation von  $prog$  auf und schreiben Sie für diese Spezifikation einen (möglichst kurzen)  $C_0$ -Code für  $prog$  auf.

(b) Geben Sie Ihre Schleifeninvariante an.

(c) Zeigen Sie die Korrektheit dieser Verifikationsformel mit Hilfe des Hoare-Kalküls.

### 3. Aufgabe: (AGS 15.3 a,b\*)

Eine Folge  $e_i$  ( $i \geq 1$ ) von Zahlen soll wie folgt konstruiert werden:

- Das erste Glied der Folge sei 2.
- Das zweite Glied soll anwenderspezifisch gewählt werden können.
- Ab dem dritten Glied der Folge soll gelten: Jedes Folgeglied ist gleich dem Produkt der Quadrate der beiden Vorgängerglieder.

(a) Geben Sie eine tail-rekursive Funktion `prodquad` an, die das  $n$ -te Folgeelement erzeugt.

(b) Geben Sie ein  $H_0$ -Programm `P` an, welches das  $n$ -te Folgeelement einer anwenderspezifischen Folge ausgibt.

#### Zusatzaufgabe 1: (AGS 15.5 a\*)

(a) Geben Sie ein  $H_0$ -Programm `P` an, welches die Eingabe einer Zahl  $n \in \mathbb{N}$  fordert und dann als Ergebnis  $s(n) = \sum_{j=1}^n (j+1)^2$  ermittelt und ausgibt. Ermitteln Sie zunächst eine geeignete tail-rekursive Funktion.

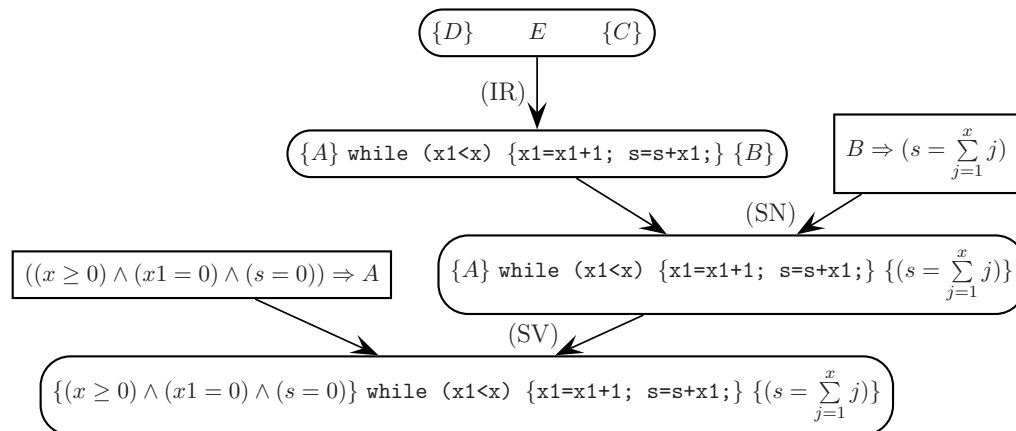
#### Zusatzaufgabe 2: (AGS 14.5\*)

Für die Verifikationsformel

$$\{(x \geq 0) \wedge (x1 = 0) \wedge (s = 0)\} \text{ while } (x1 < x) \{x1 = x1 + 1; s = s + x1;\} \{(s = \sum_{j=1}^x j)\}$$

wurden die ersten drei (korrekten) Regelanwendungen des Beweisbaums aufgeschrieben (siehe unten). Dabei sind die Ausdrücke  $A$  bis  $E$  noch unbekannt.

Es gelten: SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel.



(a) Geben Sie die Schleifeninvariante  $SI$  an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  und  $E$  an.