

Lösung der 2. Übung – Informatik I für VIW

Fakultät Verkehrswissenschaften

Fachrichtung Verkehrsingenieurwesen

Zeitraum: 1.11. bis 12.11.2010 (WS 2010/11)

Aufgabe 1

(a) Beispielableitungen (die abgeleiteten Nichtterminalsymbole sind unterstrichen):

- $\underline{S} \Rightarrow a$
- $\underline{S} \Rightarrow \underline{AdS} \Rightarrow \underline{SdS} \Rightarrow \underline{adS} \Rightarrow \underline{ada}$
- $\underline{S} \Rightarrow \underline{AdS} \Rightarrow c\underline{AbdS} \Rightarrow c\underline{Abda} \Rightarrow c\underline{Sbda} \Rightarrow \underline{cabda}$

(b) In manchen Schritten sind mehrere Ableitungsschritte zusammengefasst; das ist durch hochgestellte Zahlen am Symbol „ \Rightarrow “ gekennzeichnet.

- $\underline{S} \Rightarrow \underline{AdS} \Rightarrow \underline{AdAdS} \Rightarrow^2 \underline{SdSdS} \Rightarrow^3 \underline{adada}$,
- $\underline{S} \Rightarrow \underline{AdS} \Rightarrow c\underline{AbdS} \Rightarrow cc\underline{AbbdS} \Rightarrow cc\underline{SbbdS} \Rightarrow^2 \underline{ccabbda}$,
- $\underline{S} \Rightarrow \underline{AdS} \Rightarrow c\underline{AbdS} \Rightarrow c\underline{SbdS} \Rightarrow c\underline{AdSbdS} \Rightarrow cc\underline{AbdSbdS} \Rightarrow cc\underline{SbdSbdS} \Rightarrow^3 \underline{ccabdabda}$.

Aufgabe 2

(a)

- Alle Ableitungen für C als Startsymbol: $C \Rightarrow cb, C \Rightarrow a$.
- Alle Ableitungen für B als Startsymbol: $B \Rightarrow dd, B \Rightarrow Ca \Rightarrow cba, B \Rightarrow Ca \Rightarrow aa$.
- $L_C(E) = \{cb, a\}, L_B(E) = \{dd, cba, aa\}$
- 3 Ableitungen für A als Startsymbol:

$$A \Rightarrow CbC \Rightarrow cbbC \Rightarrow cbba, \quad A \Rightarrow aBcd \Rightarrow addcd, \quad A \Rightarrow aBcd \Rightarrow aCacd \Rightarrow aaacd.$$

(b)

$$\begin{aligned} L_A(E) &= (\{a\} \cdot L_B(E) \cdot \{cd\}) \cup (L_C(E) \cdot \{b\} \cdot L_C(E)), \\ L_B(E) &= (\{dd\}) \cup (L_C(E) \cdot \{a\}), \\ L_C(E) &= (\{cb\}) \cup (\{a\}), \\ \rightsquigarrow L(E) = L_A(E) &= (\{a\} \cdot \{dd, cba, aa\} \cdot \{cd\}) \cup (\{cb, a\} \cdot \{b\} \cdot \{cb, a\}) \\ &= (\{addcd, acbacd, aaacd\}) \cup (\{cbbcb, cbba, abcb, aba\}) \\ &= \{addcd, acbacd, aaacd, cbbcb, cbba, abcb, aba\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Nur die erste BNF-Definition ist einfach. Definition 2 ist zyklische, weil S nach B abgeleitet werden kann, B nach A und A nach S . Definition 3 ist zyklisch, weil A nach A abgeleitet werden kann.

Berechnung der erzeugten Sprache von BNF-Definition 1. Gleichungssystem aufstellen:

$$\begin{aligned}L_S(E) &= (\{ab\}) \cup (L_B(E) \cdot \{dd\}) , \\L_B(E) &= (\{ac\}) \cup (\{d\}) , \\L_A(E) &= (\{d\} \cdot L_S(E) \cdot \{c\}) ,\end{aligned}$$

und ausrechnen ($L_A(E)$ wird für die Berechnung von $L(E)$ nicht benötigt):

$$\begin{aligned}\rightsquigarrow L_B(E) &= \{ac, d\} , \\ \rightsquigarrow L(E) = L_S(E) &= (\{ab\}) \cup (\{ac, d\} \cdot \{dd\}) = (\{ab\}) \cup (\{acdd, ddd\}) \\ &= \{ab, acdd, ddd\} .\end{aligned}$$

Aufgabe 4

(a) Aufstellen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}L_S(E) &= L_A(E) \cdot \{bd\} , \\L_A(E) &= (\{a\} \cdot L_A(E) \cdot \{a\}) \cup \{c\} .\end{aligned}$$

- Vermutung 1. Mengen in Beispielform geschrieben:

$$\begin{aligned}\{acabd, aacaabd, \dots\} &\stackrel{?}{=} \{aca, aacaa, aaacaaa, \dots\} \cdot \{bd\} && \text{(diese Gleichung ist richtig!)} \\ \{aca, aacaa, \dots\} &\stackrel{?}{=} (\{a\} \cdot \{aca, aacaa, \dots\} \cdot \{a\}) \cup \{c\} = \{aacaa, aaacaaa, \dots\} \cup \{c\} \\ &= \{c, aacaa, aaacaaa, aaaacaaaa, \dots\} && \text{(diese Gleichung ist falsch!)}\end{aligned}$$

Mengen mathematisch vollständig geschrieben:

$$\begin{aligned}\{a^n ca^n bd \mid n \geq 1\} &\stackrel{?}{=} \{a^n ca^n \mid n \geq 1\} \cdot \{bd\} && \text{(diese Gleichung ist richtig!)} \\ \{a^n ca^n \mid n \geq 1\} &\stackrel{?}{=} (\{a\} \cdot \{a^n ca^n \mid n \geq 1\} \cdot \{a\}) \cup \{c\} = \{a^n ca^n a \mid n \geq 1\} \cup \{c\} \\ &= \{a^n ca^n \mid n \geq 2\} \cup \{c\} = \{a^n ca^n \mid n = 0 \text{ oder } n \geq 2\} && \text{(diese Gleichung ist falsch!)}\end{aligned}$$

Vermutung 1 ist falsch, weil die zweite Gleichung nicht erfüllt ist.

- Vermutung 2. Mengen in Beispielform geschrieben:

$$\begin{aligned}\{cbd, acabd, \dots\} &\stackrel{?}{=} \{c, aca, aacaa, \dots\} \cdot \{bd\} && \text{(diese Gleichung ist richtig!)} \\ \{c, aca, aacaa, \dots\} &\stackrel{?}{=} (\{a\} \cdot \{c, aca, aacaa, \dots\} \cdot \{a\}) \cup \{c\} = \{aca, aacaa, \dots\} \cup \{c\} \\ &= \{c, aca, aacaa, aaacaaa, \dots\} && \text{(diese Gleichung ist richtig!)}\end{aligned}$$

Mengen mathematisch vollständig geschrieben:

$$\{a^n ca^n bd \mid n \geq 0\} \stackrel{?}{=} \{a^n ca^n \mid n \geq 0\} \cdot \{bd\} \quad (\text{diese Gleichung ist richtig!})$$

$$\begin{aligned} \{a^n ca^n \mid n \geq 0\} &\stackrel{?}{=} (\{a\} \cdot \{a^n ca^n \mid n \geq 0\} \cdot \{a\}) \cup \{c\} = \{aa^n ca^n a \mid n \geq 0\} \cup \{c\} \\ &= \{a^n ca^n \mid n \geq 1\} \cup \{c\} = \{a^n ca^n \mid n \geq 0\} \end{aligned} \quad (\text{diese Gleichung ist richtig!})$$

Vermutung 2 ist richtig, weil beide Gleichungen erfüllt sind.

(b) Beispielableitungen:

$$S \Rightarrow a ,$$

$$S \Rightarrow Abc \Rightarrow aSbc \Rightarrow aabc ,$$

$$S \Rightarrow Abc \Rightarrow aSbc \Rightarrow aAbcbc \Rightarrow aaSbcbc \Rightarrow aaabcbc .$$

Gleichungssystem:

$$L_S(E) = (L_A(E) \cdot \{bc\}) \cup \{a\} ,$$

$$L_A(E) = \{a\} \cdot L_S(E) .$$

Vermutung: $L_S(E) = \{a, aabc, aaabcbc, aaaabcbcbc, \dots\} = \{a^n a(bc)^n \mid n \geq 0\}$. Bei dieser Vermutung ergibt sich für $L_A(E)$:

$$L_A(E) = \{a\} \cdot \{a^n a(bc)^n \mid n \geq 0\} = \{aa^n a(bc)^n \mid n \geq 0\} .$$

Gleichungssystem überprüfen:

$$\begin{aligned} \{a^n a(bc)^n \mid n \geq 0\} &\stackrel{?}{=} (\{aa^n a(bc)^n \mid n \geq 0\} \cdot \{bc\}) \cup \{a\} = \{aa^n a(bc)^n (bc) \mid n \geq 0\} \cup \{a\} \\ &= \{a^n a(bc)^n \mid n \geq 1\} \cup \{a^0 a(bc)^0\} = \{a^n a(bc)^n \mid n \geq 0\} . \quad (\text{okay}) \end{aligned}$$

$$\{aa^n a(bc)^n \mid n \geq 0\} \stackrel{?}{=} \{a\} \cdot \{a^n a(bc)^n \mid n \geq 0\} . \quad (\text{okay})$$

Die Vermutung ist korrekt! $L(E) = L_S(E) = \{a^n a(bc)^n \mid n \geq 0\}$.

(c) In den folgenden BNF-Definitionen ist jeweils S das Startsymbol, Großbuchstaben sind Nichtterminalsymbole und Kleinbuchstaben Terminalsymbole.

BNF-Definition für $\{a^n (bc)^n \mid n \geq 1\}$:

$$S ::= aSbc , \quad S ::= \varepsilon .$$

BNF-Definition für $\{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$:

$$S ::= aS , \quad S ::= B , \quad B ::= bBc , \quad B ::= \varepsilon .$$

BNF-Definition für $\{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$:

$$S ::= aSc , \quad S ::= B , \quad B ::= bB , \quad B ::= \varepsilon .$$

Aufgabe 5 (Zusatz)

BNF-Regeln für $A ::= ab|b|cdc$:

$$A ::= ab, \quad A ::= b, \quad A ::= cdc,$$

BNF-Regeln für $B ::= [ab]c[de]f$:

$$B ::= abcdef, \quad B ::= abc f, \quad B ::= cdef, \quad B ::= cf,$$

BNF-Regeln für $C ::= \{a\}[d]$:

$$C ::= C'd, \quad C ::= C', \quad C' ::= aC', \quad C' ::= \varepsilon,$$

BNF-Regeln für $D ::= \{ac|b\}c$:

$$D ::= D'c, \quad D' ::= acD', \quad D' ::= bD', \quad D' ::= \varepsilon,$$

BNF-Regeln für $E ::= [a[b[c[d]]]$:

$$E ::= \varepsilon, \quad E ::= a, \quad E ::= ab, \quad E ::= ac, \quad E ::= acd,$$

BNF-Regeln für $F ::= \{c[a]\}$:

$$F ::= cF, \quad F ::= caF, \quad F ::= \varepsilon,$$

BNF-Regeln für $G ::= \{[a|b]|c\}d$:

$$G ::= d, \quad G ::= G', \quad G' ::= aG', \quad G' ::= bG', \quad G' ::= cG', \quad G' ::= \varepsilon.$$