Aufgabenblatt zur 12. Übung

Zeitraum: 04.07. bis 08.07.2011

Achtung: Übungsraumänderung am Mittwoch, 6. DS, ZEU/0146 beachten! Informationen dazu auf der Homepage- Programmierung.

1. Aufgabe: (Klausuraufgabe 02.2011)

(a) Schreiben Sie ein C_0-Programm auf, das durch Anwendung der aus der Vorlesung bekannten Transformationsfunktion in das folgende H_0-Programm überführt werden kann (auf die Typdefinition wurde hier verzichtet):

```
module Main where

f1    x1 x2 = f2 x1 x1
f2    x1 x2 = if x2 > 0 then f21 x1 x2
                         else f3 x1 x2
f21   x1 x2 = f211 x1 x2
f211  x1 x2 = f212 (x1*x2) x2
f212  x1 x2 = f2 x1 (x2-1)
f3    x1 x2 = x1
main = do x1 <- readLn
          print (f1 x1 0)
```

```
#include <stdio.h>

int main() {   /* ab hier ergaenzen */
```

(b) Folgendes H_0-Programm sei gegeben:

```
module Main where

f :: Int -> Int -> Int
f x1 x2 = if x2 > 0 then f (x1*x2) (x2-1)
                    else g x1 (x1*x1)

g :: Int -> Int -> Int
g x1 x2 = if x1 < 100 then x2
                      else x1

main = do x1 <- readLn
          print (f x1 (2*x1))
```

Vervollständigen Sie die Angaben `/*A*/` bis `/*F*/` in der folgenden Übersetzung des H_0-Programms in ein äquivalentes C_0-Programm:

```
#include <stdio.h>

int main() {
int x1, x2, function, flag, result;
```

```
/*A*/
while (flag == 1) {
if (function == 1)
if (/*B*/) {
/*C*/
}
else {
/*D*/
}
else if (/*E*/) {
/*F*/
}
}
printf("%d", result);
return 0;
}
```

/*A*/:

/*B*/:

/*C*/:

/*D*/:

/*E*/:

/*F*/:

2. Aufgabe: (AGS 15.16)

(a) Geben Sie ein H_0-Programm P an, welches die Eingabe einer Zahl $n \in I\!N$ fordert und dann als Ergebnis $s(n) = \sum_{j=1}^{n} j(j+n)$ ermittelt und ausgibt.

(b) Folgendes H_0-Programm sei gegeben:

```
module Main where

g :: Int -> Int -> Int
g x1 x2 = if x1 < x2 then g (x2-x1) (x2 'div' 2)
                     else h x1 x1

h :: Int -> Int -> Int
h x1 x2 = x1+x2

main = do x1 <- readLn
          print (g x1 (2*x1))
```

Vervollständigen Sie die Angaben `/*A*/` bis `/*E*/` in der folgenden Übersetzung des H_0-Programmes in ein äquivalentes C_0-Programm:

```
#include <stdio.h>

int main()
{
  int x1, x2, function, flag, result;
  /*A*/
  while (flag == 1)
  {
```

```
    if (function == 1)
      if (/*B*/) {
        /*C*/
      } else {
        /*D*/
        function = 2;
      }
    else if (function == 2) {
      /*E*/
    }
  }
  printf("%d", result);
  return 0;
}
```

3. Aufgabe:

(a) Beschreiben Sie die folgenden Zufallsexperimente formal durch Angabe einer Ergebnismenge und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung:

- Das Werfen von zwei fairen Würfeln.
- Das gleichzeitige Ziehen von jeweils einer Kugel aus zwei Urnen. Die erste Urne hat zwei weiße und drei schwarze Kugeln. Die zweite Urne hat eine rote, zwei blaue Kugeln und drei grüne Kugeln. Die Kugeln sind nicht unterscheidbar (abgesehen von ihrer Farbe).
- Das sechsmalige Werfen einer Münze, die mit Wahrscheinlichkeit 0,3 Kopf ergibt.

(b) Geben Sie für die folgenden Szenarien jeweils die Ergebnismenge und das Wahrscheinlichkeitsmodell an. Bestimmen Sie ob das Wahrscheinlichkeitsmodell beschränkt oder unbeschränkt ist. Wenn das Modell beschränkt ist, dann geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung an, die sich nicht in dem Modell befindet.

- Das Werfen eines Tetraeders mit beliebigen Eigenschaften.
- Das Werfen eines Würfels, bei dem alle Seiten mit gerader Augenzahl die gleiche Wahrscheinlichkeit haben.
- Das zweimalige Werfen derselben Münze, diese darf beliebige Eigenschaften haben.

(c) Seien zwei Münzen mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1(K) = 0,7$ und $p_2(K) = 0,5$ gegeben. Bei einem Spiel können Sie sich eine der beiden Münzen wählen, diese fünf Mal werfen und erhalten einen Preis, wenn sie abwechselnd Kopf und Zahl werfen (beginnend mit Kopf). Welche der beiden Münzen würden Sie wählen?

Wenn Sie bei diesem Spiel unter allen möglichen Münzen wählen könnten, für welche würden Sie sich entscheiden?

Zusatzaufgabe 1: (AGS 15.21*)

Folgendes H_0-Programm sei gegeben:

```
module Main where

f :: Int -> Int -> Int -> Int
f x1 x2 x3 = if x1 == 0 then x2
                        else g (x1 - 1) (x2 + x1 * x3) (x3 + x1 * x2)
```

```
g :: Int -> Int -> Int -> Int
g x1 x2 x3 = if x1 == 0 then x3
                        else f (x1 - 1) (x2 + x1 * x3) (x3 + x1 * x2)

main = do x1 <- readLn
          print (f x1 0 1)
```

(a) Wandeln Sie das Programm in ein äquivalentes C_0-Programm um. Verwenden Sie Variablen für die aktuellen Argumente, die zukünftigen Argumente, das Resultat, die aktuell arbeitende Funktion und das Flag für die Schleifenausführung.

(b) Welche Aussage lässt sich über die Argumente `x2` und `x3` treffen, wenn das Argument `x1` den Wert `0` erreicht?

Zusatzaufgabe 2:

(a) Beschreiben Sie die folgenden Zufallsexperimente formal durch Angabe einer Ergebnismenge und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung:

- Das Werfen eines fairen Würfels.
- Das gleichzeitige Werfen der beiden Münzen A und B, wobei die Münzen A bzw. B mit einer Wahrscheinlichkeit von $0,3$ bzw. $0,6$ Kopf ergeben.
- Das gleichzeitige Werfen der beiden Münzen A und C, wobei die Münze C mit einer Wahrscheinlichkeit von $0,2$ Kopf ergibt.
- Das Werfen der Münze A und anschließendes Werfen der Münze B (wenn A Kopf ergeben hat) oder C (wenn A Zahl ergeben hat).
- Das Ziehen einer Kugel aus einer Urne mit (i) zwei weißen und drei schwarzen Kugeln, (ii) einer weißen und drei schwarzen Kugeln bzw. (iii) zwei weißen und zwei schwarzen Kugeln. Die Kugeln sind nicht unterscheidbar (abgesehen von ihrer Farbe).
- Das Ziehen einer Kugel aus Urne (i) und das anschließende Ziehen aus Urne (ii). Das Ziehen einer Kugel aus Urne (i) und das anschließende Ziehen aus Urne (iii).
- Das zweimalige Ziehen einer Kugeln aus einer Urne mit zwei weißen und drei schwarzen Kugeln. Das Ziehen soll ohne Zurücklegen erfolgen. Tip: Nutzen Sie Ihr Wissen aus bisherigen Aufgabenteilen und gehen Sie ähnlich wie bei diesen Aufgabenteilen vor.
- Das Ziehen von Kugeln aus einer Urne mit zwei weißen und drei schwarzen Kugeln, bis man das erste Mal eine schwarze Kugel zieht.

(b) Geben Sie für die folgenden Szenarien jeweils die Ergebnismenge und das Wahrscheinlichkeitsmodell an. Bestimmen Sie ob das Wahrscheinlichkeitsmodell beschränkt oder unbeschränkt ist. Wenn das Modell beschränkt ist, dann geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung an, die sich nicht in dem Modell befindet.

- Das Werfen zweier Tetraeder mit beliebigen Eigenschaften.
- Das Werfen einer Münze und ein anschließendes Werfen einer zweiten Münze, wenn die erste Münze Kopf zeigt. Die beiden Münzen können beliebige Eigenschaften haben.
- Das Ziehen einer Kugel aus einer Urne mit endlich vielen weißen und schwarzen Kugeln. Die Kugeln sind nicht unterscheidbar (abgesehen von ihrer Farbe).

(c) Gegeben sind drei Urnen A, B und C mit jeweils A) 10 roten, 30 weißen und 60 schwarzen Kugeln, B) 20 roten, 50 weißen und 30 schwarzen Kugeln und C) 40 roten, 30 weißen und 30 schwarzen Kugeln.

Sie wählen eine der Urnen und ziehen fünf Mal eine Kugel mit Zurücklegen. Dabei ziehen Sie eine rote, zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Welche Urne haben Sie schätzungsweise gewählt?

Nehmen Sie an, Sie wissen von der Urne, aus der Sie die Kugeln gezogen haben, nur, dass sie 100 Kugeln enthält. Benutzen Sie die Maximum-Likelihood-Schätzung, um zu bestimmen, welche Kugeln die Urne enthält.