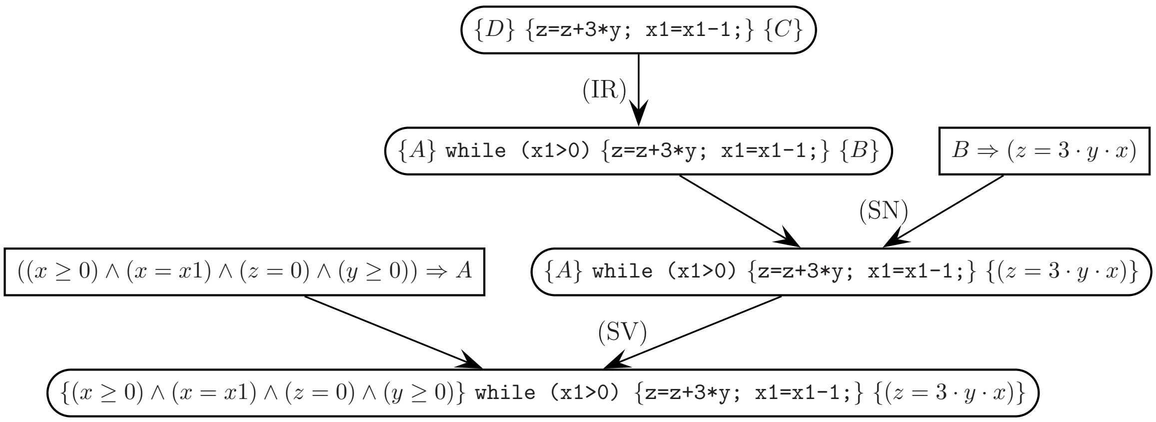
Aufgabenblatt zur 10. Übung

Zeitraum: 20.06. bis 24.06.2011

1. Aufgabe: (AGS 14.3)

Für die Verifikationsformel
$\{(x \geq 0) \wedge (x = x1) \wedge (z = 0) \wedge (y \geq 0)\}$ `while (x1>0) {z=z+3*y; x1=x1-1;}` $\{(z = 3 \cdot y \cdot x)\}$
wurden die ersten drei (korrekten) Regelanwendungen des Beweisbaumes aufgeschrieben (siehe unten). Dabei sind die Ausdrücke A bis D noch unbekannt. Es gelten: SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel.



(a) Geben Sie die Schleifeninvariante an.

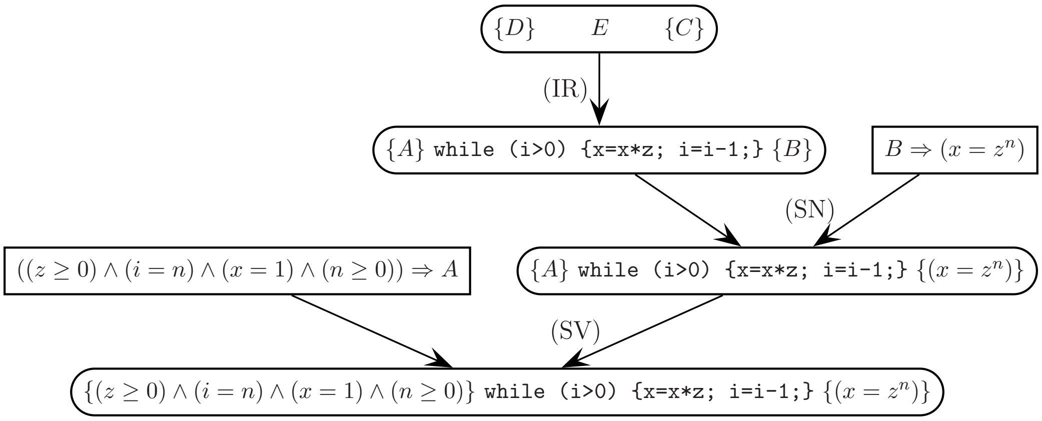
(b) Geben Sie die Ausdrücke für A, B, C, D an. Kürzen Sie gegebenenfalls die Schleifeninvariante mit SI ab.

2. Aufgabe: (Klausuraufgabe 02.2011)

Für die Verifikationsformel

$$\{(z \geq 0) \wedge (i = n) \wedge (x = 1) \wedge (n \geq 0)\} \texttt{ while (i>0) \{x=x*z; i=i-1;\} } \{(x = z^n)\}$$

wurden die ersten drei (korrekten) Regelanwendungen des Hoare-Kalküls in Form eines Beweisbaumes aufgeschrieben (siehe unten). Dabei sind die Ausdrücke A bis E noch unbekannt. Es gelten die Abkürzungen: SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel.



(a) Geben Sie die Schleifeninvariante an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke A, B, C, D und E an. Sie können dabei die Schleifeninvariante mit SI abkürzen.

3. Aufgabe: (AGS 15.3*)

Eine Folge e_i $(i \geq 1)$ von Zahlen soll wie folgt konstruiert werden:

- Das erste Glied der Folge sei 2.
- Das zweite Glied soll anwenderspezifisch gewählt werden können.
- Ab dem dritten Glied der Folge soll gelten: Jedes Folgeglied ist gleich dem Produkt der Quadrate der beiden Vorgängerglieder.

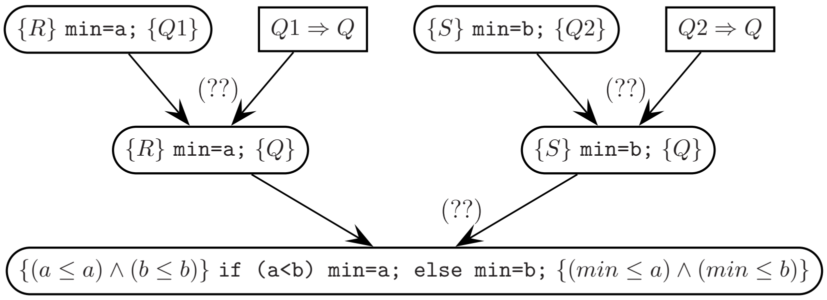
(a) Geben Sie eine tail-rekursive Funktion `prodquad` an, die das n-te Folgenelement erzeugt.

(b) Geben Sie ein H_0–Programm `P` an, welches das n-te Folgenelement einer anwenderspezifischen Folge ausgibt.

(c) Übersetzen Sie das Programm `P` in ein entsprechendes baumstrukturiertes AM_0–Programm. Zwischenschritte brauchen Sie nicht anzugeben.

Zusatzaufgabe 1: (AGS 14.11*)

Mit Hilfe des Hoare–Kalküls wurde für die Verifikationsformel
$\{(a \leq a) \wedge (b \leq b)\}$ `if (a<b) min=a; else min=b;` $\{(min \leq a) \wedge (min \leq b)\}$ der folgende korrekte Beweisbaum aufgestellt:



Geben Sie für R, S, Q, $Q1$, $Q2$ die konkreten Zusicherungen an. Des Weiteren nennen Sie alle angewendeten Verifikationsregeln und geben Sie explizit die an den Blättern des Beweisbaumes auftretenden Instanzen des Zuweisungsaxioms an.

Zusatzaufgabe 2: (AGS 14.16*)

Der folgende Anweisungsteil *prog* eines C_0-Programms besitzt die folgenden Zusicherungen (Vor- und Nachbedingung):

$$\{(x \geq 0) \land (x1 = x) \land (p = 1)\}\ \mathit{prog}\ \{(p = \prod_{j=1}^{x} j)\}$$

(a) Fassen Sie die gemachten Zusicherungen als Spezifikation von *prog* auf und schreiben Sie für diese Spezifikation einen (möglichst kurzen) C_0-Code für *prog* auf.

(b) Geben Sie Ihre Schleifeninvariante an.

(c) Zeigen Sie die Korrektheit dieser Verifikationsformel mit Hilfe des Hoare-Kalküls.