Aufgabenblatt zur 11. Übung

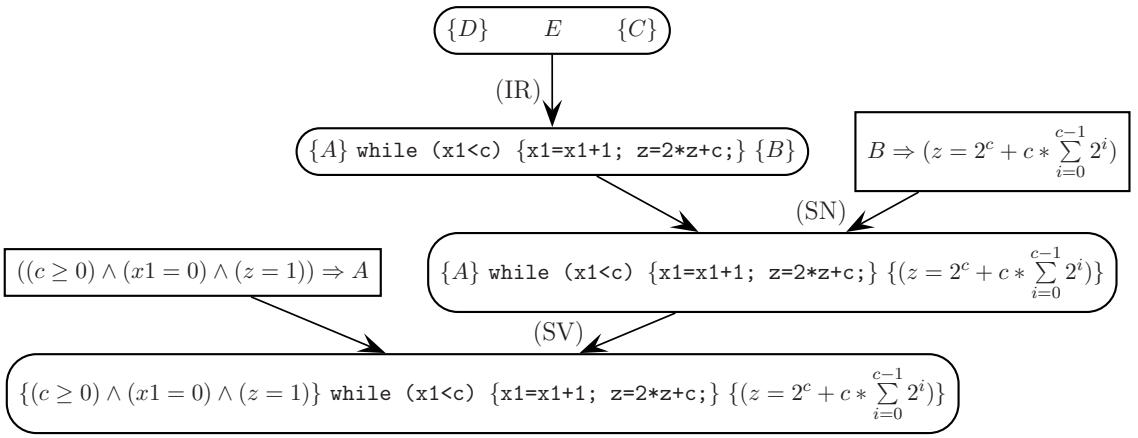
Zeitraum: 05.07. bis 09.07.2010

1. Aufgabe: (AGS 14.9)

Für die Verifikationsformel

$$\{(c \geq 0) \wedge (x1 = 0) \wedge (z = 1)\}\ \texttt{while (x1<c) \{x1=x1+1; z=2*z+c;\}}\{(z = 2^c + c * \sum_{i=0}^{c-1} 2^i)\}$$

wurden die ersten drei (korrekten) Regelanwendungen des Beweisbaumes aufgeschrieben (siehe unten). Dabei sind die Ausdrücke A bis E noch unbekannt. Es gelten: SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel.



(a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.

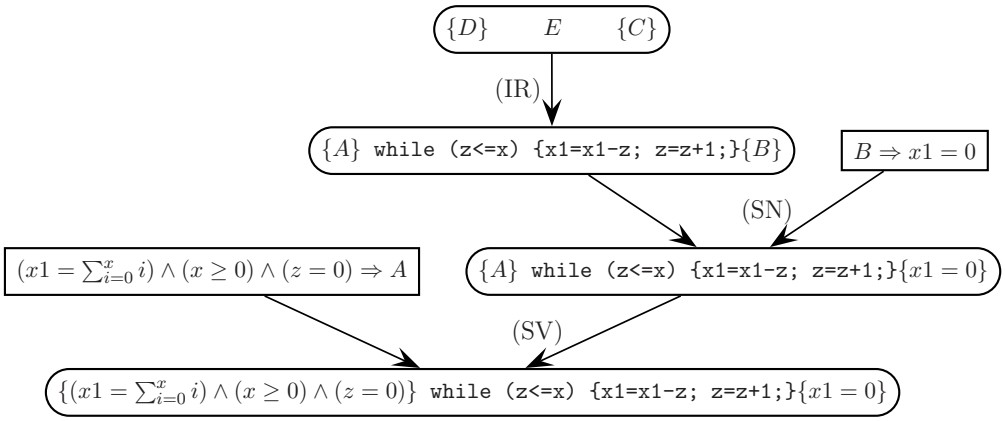
(b) Geben Sie die Ausdrücke für A, B, C, D und E an. Kürzen Sie gegebenenfalls die Schleifeninvariante mit SI ab.

2. Aufgabe: (Klausuraufgabe 2.2010)

Für die Verifikationsformel

$$\{(x1 = \sum_{i=0}^{x} i) \wedge (x \geq 0) \wedge (z = 0)\}\ \texttt{while (z<=x) \{x1=x1-z; z=z+1;\}}\{x1 = 0\}$$

wurden die ersten vier (korrekten) Regelanwendungen des Beweisbaumes aufgeschrieben (siehe unten). Dabei sind die Ausdrücke A bis H noch unbekannt. Es gelten: SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel.



(a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke für A, B, C, D und E an. Kürzen Sie die Schleifeninvariante mit SI ab.

3. Aufgabe: (AGS 15.3 a,b*)

Eine Folge e_i $(i \geq 1)$ von Zahlen soll wie folgt konstruiert werden:

- Das erste Glied der Folge sei 2.
- Das zweite Glied soll anwenderspezifisch gewählt werden können.
- Ab dem dritten Glied der Folge soll gelten: Jedes Folgeglied ist gleich dem Produkt der Quadrate der beiden Vorgängerglieder.

(a) Geben Sie eine tail-rekursive Funktion `prodquad` an, die das n-te Folgenelement erzeugt.

(b) Geben Sie ein H_0–Programm `P` an, welches das n-te Folgenelement einer anwenderspezifischen Folge ausgibt.

Zusatzaufgabe 1: (AGS 15.5 a*)

(a) Geben Sie ein H_0–Programm P an, welches die Eingabe einer Zahl $n \in \mathbb{N}$ fordert und dann als Ergebnis $s(n) = \sum_{j=1}^{n} (j+1)^2$ ermittelt und ausgibt. Ermitteln Sie zunächst eine geeignete tail-rekursive Funktion.

Zusatzaufgabe 2: (AGS 14.16*)

Der folgende Anweisungsteil *prog* eines C_0-Programms besitzt die folgenden Zusicherungen (Vor- und Nachbedingung):

$$\{(x \geq 0) \wedge (x1 = x) \wedge (p = 1)\}\ prog\ \{(p = \prod_{j=1}^{x} j)\}$$

(a) Fassen Sie die gemachten Zusicherungen als Spezifikation von *prog* auf und schreiben Sie für diese Spezifikation einen (möglichst kurzen) C_0-Code für *prog* auf.

(b) Geben Sie Ihre Schleifeninvariante an.

(c) Zeigen Sie die Korrektheit dieser Verifikationsformel mit Hilfe des Hoare-Kalküls.