

# Aufgabenblatt zur 14. Übung

Zeitraum: 30.01. bis 03.02.2012

## 1. Aufgabe: (AGS 10.10)

Bei einem Spiel werfen Sie zwei unabhängige Münzen und erhalten einen Gewinn, wenn nach dem Wurf beide Münzen Zahl zeigen. Sie können bei diesem Spiel nur beobachten, ob Sie gewonnen oder verloren haben.

(a) Geben Sie den Analysator  $A$  ( $A(\text{Gewinn})$  und  $A(\text{kein Gewinn})$ ) für dieses Szenario an:

Sie spielen das Spiel 30 Mal und gewinnen 10 Mal. Geben sie den Korpus  $h$  ( $h(\text{Gewinn})$  und  $h(\text{kein Gewinn})$ ) mit den unvollständigen Daten an.

(b) Gegeben ist der folgende statistische Analysator  $d$ :

$$d(K, K) = 1/4, \quad d(K, Z) = 1/2, \quad d(Z, K) = 1/4, \quad d(Z, Z) = 1.$$

Führen Sie den E-Schritt aus, vervollständigen Sie also den Korpus  $h$  zum Korpus  $h_d$  und geben Sie  $h_d(K, Z)$ ,  $h_d(Z, K)$  sowie  $h_d(Z, Z)$  an. *Hinweis:*  $h_d(K, K) = 5$ .

(c) Führen Sie nun den M-Schritt aus. Bestimmen Sie dafür zunächst die Teilkorpora  $h_1$  ( $h_1(K)$  und  $h_1(Z)$ ) und  $h_2$  ( $h_2(K)$  und  $h_2(Z)$ ) für die erste bzw. zweite Münze. *Hinweis:*  $h_1(K) = 15$

Schätzen Sie danach die Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p_1$  ( $p_1(K)$  und  $p_1(Z)$ ) und  $p_2$  ( $p_2(K)$  und  $p_2(Z)$ ) der beiden Münzen, indem Sie die relative Häufigkeit der Teilkorpora bestimmen. *Hinweis:*  $p_1(K) = 1/2$

## 2. Aufgabe: (AGS 11.15)

Gegeben sei der gerichtete Graph in Abbildung 1.

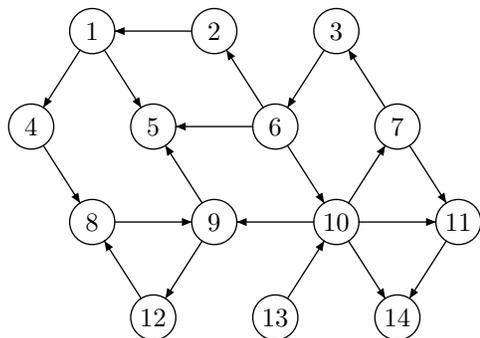


Abbildung 1

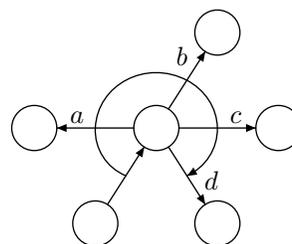


Abbildung 2

(a) Bestimmen Sie einen Weg vom Knoten 13 zum Knoten 14 mit Hilfe des BACKTRACKING-Verfahrens. Dabei dürfen Kanten nur entlang der angegebenen Richtung benutzt werden und kein Knoten darf entlang eines Weges mehrfach betreten werden. Gehen Sie bei der Wegeerweiterung immer im Uhrzeigersinn vor und starten Sie dabei mit der (abgehenden) Kante, die im Uhrzeigersinn der eingehenden Kante folgt (siehe Abbildung 2; hier werden die ausgehenden Kanten in der Reihenfolge  $a$  bis  $d$  benutzt). Protokollieren Sie die Suche des Weges mithilfe des optimierten Berechnungsbaums.

(b) Setzen Sie die Suche bis zum Auffinden der 2. und 3. Lösung fort; geben Sie dazu die notwendigen Erweiterungen im Berechnungsbaum der Aufgabenstellung (a) an. Gibt es noch weitere Lösungen? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

### 3. Aufgabe: (AGS 11.13\*)

Im Schach darf der Springer in einem Zug immer zwei Felder geradeaus und dann ein Feld links oder rechts davon gesetzt werden. Je nach Position des Springers ergeben sich somit bis zu acht verschiedene Zugmöglichkeiten. Diese seien mit  $a$  bis  $h$  bezeichnet und in Abbildung 1 dargestellt (wobei der Springer hier in der Mitte steht).

Betrachten Sie nun Abbildung 2. Finden Sie mit Hilfe des Backtracking-Verfahrens einen Weg (Zugfolge), um mit einem Springer von Feld 1 zum Feld 7 zu gelangen. Hierbei ist zu beachten, dass:

- schraffierte Felder nicht benutzt werden dürfen,
- kein Feld auf einem Weg mehrfach betreten werden darf.

Zeichnen Sie dazu den optimierten Berechnungsbaum bis zur ersten Lösung. Gehen Sie bei der Wegeerweiterung immer in der Reihenfolge  $a$  bis  $h$  vor, wenn es in einer Situation mehrere Zugmöglichkeiten gibt.

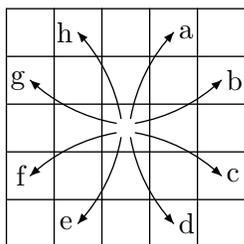


Abbildung 1

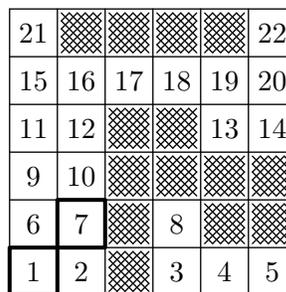
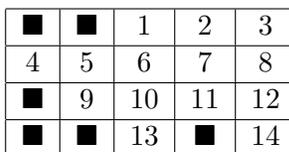


Abbildung 2

### Zusatzaufgabe 1: (AGS 11.17\*)

Gegeben sei folgendes Labyrinth.



(a) Bestimmen Sie einen Weg vom Feld 6 zum Feld 1 mit Hilfe des Backtracking-Verfahrens; zeichnen Sie dazu den optimierten Berechnungsbaum. Dabei dürfen Felder, die mit dem Symbol ■ versehen sind, nicht betreten werden. Von einem Feld darf man in einem Schritt immer nur zu einem der vier durch eine gemeinsame Seitenlinie benachbarten Felder gehen (d.h. nach oben, unten, links, rechts). Kein Feld darf entlang eines Weges mehrfach betreten werden.

Gehen Sie bei der Wegeerweiterung immer in der Reihenfolge „nach unten“, „nach links“, „nach rechts“, „nach oben“ vor.

(b) Setzen Sie die Suche bis zum Auffinden der 2. und 3. Lösung fort; geben Sie dazu die notwendigen Erweiterungen im Berechnungsbaum der Aufgabenstellung (a) an. Gibt es noch weitere Lösungen? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

**Zusatzaufgabe 2: (AGS 10.9\*)**

(a) Sie haben drei Münzen mit den Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$ :

$$\begin{array}{lll} p_1(K) = 0.5 , & p_2(K) = 0.3 , & p_3(K) = 0.6 , \\ p_1(Z) = 0.5 , & p_2(Z) = 0.7 , & p_3(Z) = 0.4 . \end{array}$$

Sie wählen zwei der Münzen, werfen diese zehn Mal und zählen jedes Mal, wie oft Kopf zu sehen war. Dabei erzeugen Sie den folgenden Korpus mit unvollständigen Daten:

$$h(0) = 2 , \quad h(1) = 5 , \quad h(2) = 3 .$$

Welche beiden Münzen haben Sie wahrscheinlich gegriffen?

(b) Nehmen Sie nun an, Sie haben zwei beliebige Münzen zehn Mal geworfen und dabei den Korpus  $h$  erzeugt. Überprüfen Sie, welche der folgenden statistischen Analysatoren  $d_1$ ,  $d_2$  und  $d_3$  konsistent sind.

$$\begin{array}{llll} d_1(K, K) = 1 , & d_1(K, Z) = 2/5 , & d_1(Z, K) = 3/5 , & d_1(Z, Z) = 1 , \\ d_2(K, K) = 1 , & d_2(K, Z) = 1/5 , & d_2(Z, K) = 4/5 , & d_2(Z, Z) = 1 , \\ d_3(K, K) = 1 , & d_3(K, Z) = 1/2 , & d_3(Z, K) = 1/2 , & d_3(Z, Z) = 1 . \end{array}$$

(c) Führen Sie den EM-Algorithmus mit Hilfe einer Tabellenkalkulation durch. Experimentieren Sie mit verschiedenen Startwerten und bestimmen Sie so alle konsistenten statistischen Analysatoren.