

Aufgabenblatt zur 11. Übung

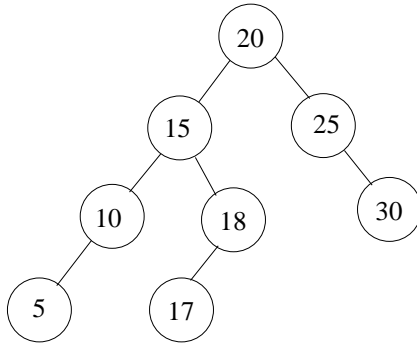
Zeitraum: 09.01. bis 13.01.2012

Zur Erinnerung! Die Prüfungseinschreibungen mit Hilfe von **jExam** beginnen am 12.01.12 und enden am 26.01.12.

1. Aufgabe: (AGS 8.10)

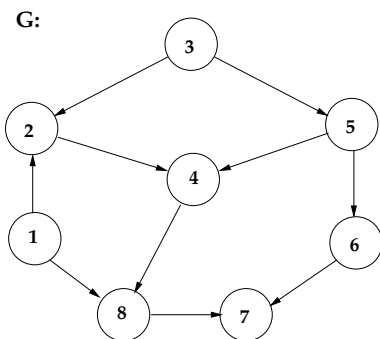
Fügen Sie in den unten angegebenen AVL-Baum schrittweise die Schlüssel 7, 8 und 31 ein. Stellen Sie nach jedem Einfügen die AVL-Eigenschaft her und dokumentieren Sie hierbei konsequent den Einfüge-/Balancierungsalgorithmus mit den ausgeführten Operationen. Nutzen Sie die folgenden Abkürzungen:

- $i(x)$ – für das Einfügen des Knotens mit dem Schlüsselwert x ,
- $L(x)$ – für die Linksrotation um den Knoten mit dem Schlüsselwert x ,
- $R(x)$ – für die Rechtsrotation um den Knoten mit dem Schlüsselwert x .



2. Aufgabe: (AGS 9.7)

Der gerichtete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende Darstellung gegeben:



(a) Wenden Sie auf den Graphen G den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 3 an, und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth first forest. Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

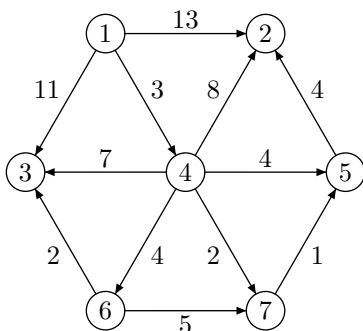
(b) Transformieren Sie G in den ungerichteten Graphen $G' = (V', E')$, indem Sie $V' = V$ setzen und E' nach der Vorschrift $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$ erzeugen.

Wenden Sie nun auf G' den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie einen breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

ACHTUNG! Ausschließliches Vertauschen von Ästen der Lösungsbäume wird hier nicht als weitere Lösung gezählt!

3. Aufgabe: (AGS 9.49)

Der kantenbewertete Graph G sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:

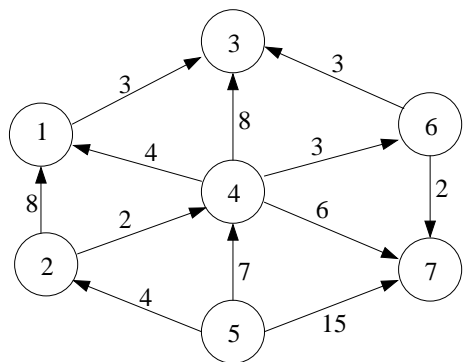


(a) Berechnen Sie mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus die minimalen Entfernungen vom Knoten mit der Nummer 1 zu allen erreichbaren Knoten. Protokollieren Sie schrittweise die aktuelle Randknotenmenge und den zugehörigen Auswahlknoten. Geben Sie abschließend für alle berechneten kürzesten Wege die jeweils zu durchlaufende Knotenfolge an.

(b) Welche Kante im Graph G muss entfernt werden, damit sich der kürzeste Pfad von Knoten 1 zu genau drei Knoten ändert? Geben Sie diese drei neuen (sich verändernden) Entfernungen an.

4. Aufgabe: (AGS 9.15)

Der kantenbewertete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



(a) Geben Sie für G die modifizierte Adjazenzmatrix mA_G an.

(b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix $D_G^{(2)}$ an. Schreiben Sie hierbei nur die Matricelemente auf, die sich gegenüber mA_G geändert haben und benutzen Sie dafür die Notation: (i, j, k) mit $i =$ Anfangsknoten, $j =$ Endknoten, $k =$ Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von $D_G^{(2)}$ brauchen Sie nicht anzugeben.

(c) Welche Matrizen $D_G^{(k)}$, $k > 2$, können in unserem Beispiel nur zu einer Verbesserung der minimalen Entfernungen führen? Begründen Sie Ihre Aussage!

(d) Geben Sie die kürzeste-Wege-Matrix D_G mithilfe des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

Zusatzaufgabe: (AGS 9.4*)

Gegeben sei ein gerichteter Graph G durch folgende Knotenpaare (Kanten):

$(1, 4), (2, 1), (4, 2), (4, 3), (2, 3), (3, 5), (3, 6), (5, 7), (6, 7), (8, 7), (9, 7)$.

(a) Wenden Sie auf den Graphen G den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise den depth first forest.

Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

(b) Transformieren Sie G in den ungerichteten Graphen $G' = (V', E')$, indem Sie $V' = V$ setzen und E' nach der Vorschrift $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$ erzeugen.

Wenden Sie nun auf G' den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie den breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

Achtung: Ausschließliches Vertauschen von Ästen der Lösungsbäume wird hier nicht als weitere Lösung gezählt!