LV "Algorithmen und Datenstrukturen"
Prof. Dr. H. Vogler / Dipl.-Math. R. Vater

WS 10/11

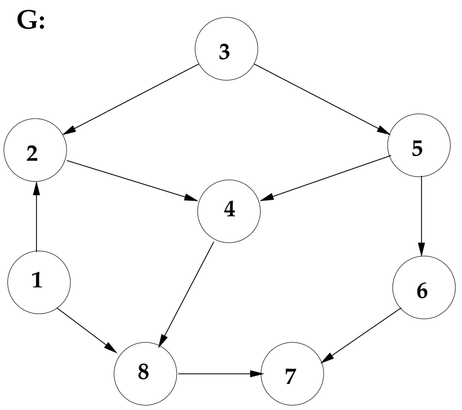
Aufgabenblatt zur 12. Übung

Zeitraum: 17.01. bis 21.01.2011

Zur Erinnerung! Die Prüfungseinschreibungen mit Hilfe von **jExam** beginnen am 17.01.11 und enden am 31.01.11.

1. Aufgabe: (AGS 8.9)
Fügen Sie in einen anfangs leeren AVL–Baum die folgenden Schlüssel ein:
15, 10, 6, 12, 14, 20, 11.
Wenden Sie hierbei konsequent den Einfüge–/Balancierungsalgorithmus an und dokumentieren Sie die ausgeführten Operationen.
Nutzen Sie die Abkürzungen:
i(x) - für das Einfügen des Knotens mit dem Schlüsselwert x,
L(x) - für die Linksrotation um den Knoten mit dem Schlüsselwert x,
R(x) - für die Rechtsrotation um den Knoten mit dem Schlüsselwert x.

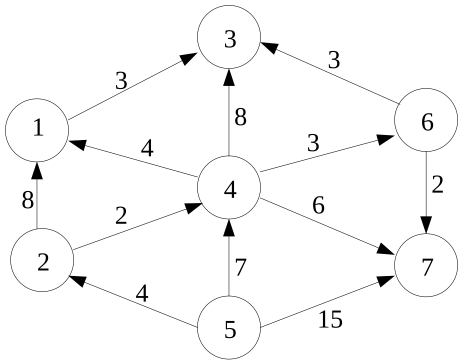
2. Aufgabe: (AGS 9.8)
Der gerichtete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende Darstellung gegeben:



(a) Wenden Sie auf den Graphen G den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 3 an, und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth first forest. Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.
(b) Transformieren Sie G in den ungerichteten Graphen $G' = (V', E')$, indem Sie $V' = V$ setzen und E' nach der Vorschrift $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$ erzeugen.
Wenden Sie nun auf G' den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie einen breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.
ACHTUNG! Ausschließliches Vertauschen von Ästen der Lösungsbäume wird hier nicht als weitere Lösung gezählt!

3. Aufgabe: (AGS 9.4*)
Gegeben sei ein gerichteter Graph G durch folgende Knotenpaare (Kanten):
$(1,4),(2,1),(4,2),(4,3),(2,3),(3,5),(3,6),(5,7),(6,7),(8,7),(9,7)$.
(a) Wenden Sie auf den Graphen G den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise den depth first forest.
Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.
(b) Transformieren Sie G in den ungerichteten Graphen $G' = (V', E')$, indem Sie $V' = V$ setzen und E' nach der Vorschrift $E' = E \cup \{(j,i) \mid (i,j) \in E\}$ erzeugen.
Wenden Sie nun auf G' den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie den breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.
Achtung: Ausschließliches Vertauschen von Ästen der Lösungsbäume wird hier nicht als weitere Lösung gezählt!

4. Aufgabe: (AGS 9.15)
Der kantenbewertete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



(a) Geben Sie für G die modifizierte Adjazenzmatrix mA_G an.
(b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix $D_G^{(2)}$ an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber mA_G geändert haben und benutzen Sie dafür die Notation: (i,j,k) mit $i =$ Anfangsknoten, $j =$ Endknoten, $k =$ Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von $D_G^{(2)}$ brauchen Sie nicht anzugeben.
(c) Welche Matrizen $D_G^{(k)}$, $k > 2$, können in unserem Beispiel nur zu einer Verbesserung der minimalen Entfernungen führen? Begründen Sie Ihre Aussage!
(d) Geben Sie die kürzeste-Wege-Matrix D_G mithilfe des Floyd-Warshall-Algorithmus an. Zwischenschritte bei der Berechnung brauchen Sie nicht anzugeben.

Zusatzaufgabe: (AGS 9.3*)
Gegeben sei der gerichtete Graph $G = (V, E)$ mit der Knotenmenge $V = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ und der Kantenmenge

$$E = \{(1,2),(1,5),(2,3),(2,5),(3,4),(5,6),(6,1),(7,5),(7,6),(7,8)\} \subseteq V \times V.$$

(a) Wenden Sie auf den Graphen G den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie auf diese Weise den depth first forest.
Diskutieren Sie ggf. unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten!

(b) Transformieren Sie G in $G' = (V', E')$, indem Sie $V' = V$ setzen und E' wie folgt erzeugen: wenn $(i, j) \in E$, dann $E' = E \cup \{(j, i)\}$. Wenden Sie nun auf G' den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an. Dokumentieren Sie dabei die Mengenentwicklungen W, Q und B tabellarisch, und bestimmen Sie den breadth first tree.
Diskutieren Sie ggf. unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten!