

## Aufgabenblatt zur 12. Übung

Zeitraum: 18.01. bis 22.01.2010

### 1. Aufgabe (AGS 8.9)

Fügen Sie in einen anfangs leeren AVL-Baum die folgenden Schlüssel ein:

20, 10, 15, 25, 16, 18, 8.

Wenden Sie hierbei konsequent den Einfüge-/Balancierungsalgorithmus an und dokumentieren Sie die ausgeführten Operationen.

Nutzen Sie die Abkürzungen:

$i(x)$  - für das Einfügen des Knotens mit dem Schlüsselwert  $x$ ,

$L(x)$  - für die Linksrotation um den Knoten mit dem Schlüsselwert  $x$ ,

$R(x)$  - für die Rechtsrotation um den Knoten mit dem Schlüsselwert  $x$ .

### 2. Aufgabe (AGS 9.2\*)

Gegeben sei der gerichtete Graph  $G_{ger} = (V, E)$  mit der Knotenmenge  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  und der Kantenmenge  $E = \{(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (6, 8), (6, 9)\} \subseteq V \times V$ .

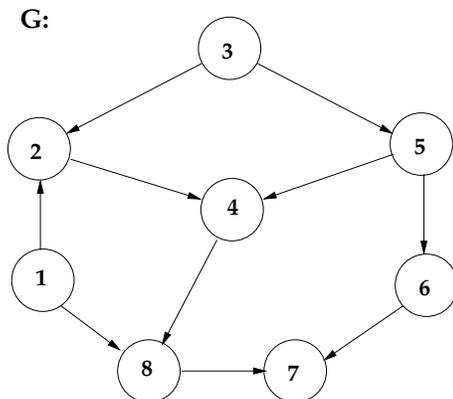
a) Geben Sie eine graphische Darstellung von  $G_{ger}$  an. Wie viele sequentielle Abarbeitungsreihenfolgen (topologische Sortierungen der Knoten) sind bei diesem Graphen möglich?

b) Wie viele topologische Sortierungen bleiben übrig, wenn verboten wird, dass der Knoten 1 an erster Stelle steht?

c) Verändern Sie in  $G_{ger}$  die Kantenmenge  $E$  derart, dass der entstehende Graph  $G_{ger}^0$  genau die Teilmenge von topologischen Sortierungen von  $G_{ger}$  besitzt, die ausschließlich mit dem Knoten 1 beginnen.

### 3. Aufgabe (AGS 9.8)

Der gerichtete Graph  $G = (V, E)$  sei durch folgende Darstellung gegeben:



(a) Wenden Sie auf den Graphen  $G$  den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 3 an, und bestimmen Sie auf diese Weise einen depth first forest. Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

(b) Transformieren Sie  $G$  in den ungerichteten Graphen  $G' = (V', E')$ , indem Sie  $V' = V$  setzen und  $E'$  nach der Vorschrift  $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$  erzeugen.

Wenden Sie nun auf  $G'$  den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie einen breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

**ACHTUNG!** Ausschließliches Vertauschen von Ästen der Lösungsbäume wird hier nicht als weitere Lösung gezählt!

#### 4. Aufgabe: (AGS 9.4\*)

Gegeben sei ein gerichteter Graph  $G$  durch folgende Knotenpaare (Kanten):

(1, 4), (2, 1), (4, 2), (4, 3), (2, 3), (3, 5), (3, 6), (5, 7), (6, 7), (8, 7), (9, 7).

(a) Wenden Sie auf den Graphen  $G$  den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise den depth first forest.

Geben Sie mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

(b) Transformieren Sie  $G$  in den ungerichteten Graphen  $G' = (V', E')$ , indem Sie  $V' = V$  setzen und  $E'$  nach der Vorschrift  $E' = E \cup \{(j, i) \mid (i, j) \in E\}$  erzeugen.

Wenden Sie nun auf  $G'$  den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie den breadth first tree. Geben Sie auch hier mindestens drei unterschiedliche Lösungen an. Zwischenschritte zu den Lösungen brauchen Sie nicht anzugeben.

**Achtung:** Ausschließliches Vertauschen von Ästen der Lösungsbäume wird hier nicht als weitere Lösung gezählt!

#### Zusatzaufgabe: (AGS 9.3\*)

Gegeben sei der gerichtete Graph  $G = (V, E)$  mit der Knotenmenge  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  und der Kantenmenge  $E = \{(1, 2), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 4), (5, 6), (6, 1), (7, 5), (7, 6), (7, 8)\} \subseteq V \times V$ .

(a) Wenden Sie auf den Graphen  $G$  den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an, und bestimmen Sie auf diese Weise den depth first forest.

Diskutieren Sie ggf. unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten!

(b) Transformieren Sie  $G$  in  $G' = (V', E')$ , indem Sie  $V' = V$  setzen und  $E'$  wie folgt erzeugen: wenn  $(i, j) \in E$ , dann  $E' = E \cup \{(j, i)\}$ . Wenden Sie nun auf  $G'$  den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an. Dokumentieren Sie dabei die Mengenentwicklungen  $W$ ,  $Q$  und  $B$  tabellarisch, und bestimmen Sie den breadth first tree.

Diskutieren Sie ggf. unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten!